



विषय-सूची

1. परिमेय संख्याएँ	2-30
2. घातांक	30-41
3. वर्ग और वर्गमूल	42-59
4. घन और घनमूल	60-69
5. संख्याओं के साथ खेलना	70-81
6. बीजगणितीय व्यंजक तथा सर्वसमिकाएँ	81-96
7. गुणनखंडन	97-109
8. एक चर राशि में रैखिक समीकरण	110-127
9. राशियों की तुलना	128-160
10. चतुर्भुजों को समझना	161-171
11. ठोस आकृतियाँ	172-173
12. प्रयोगात्मक ज्यामिति	173-183
13. क्षेत्रमिति	184-204
14. लेखाचित्रों का परिचय	205-206
15. आँकड़ों का प्रबंधन	207-216



परिमेय संख्याएँ

अभ्यास 1.1

$$1. (क) \frac{6}{7} + \frac{4}{7} = \frac{6+4}{7} = \frac{10}{7}$$

$$(ख) \frac{7}{13} + \frac{(-6)}{13} = \frac{7+(-6)}{13} = \frac{7-6}{13} = \frac{1}{13}$$

$$(ग) \frac{6}{17} + \frac{11}{-17} = \frac{6}{17} + \frac{(-11)}{17} = \frac{6+(-11)}{17} = \frac{6-11}{17} = \frac{-5}{17}$$

$$(घ) \frac{-23}{28} + \frac{5}{-28} = \frac{-23}{28} + \frac{(-5)}{28} = \frac{-23+(-5)}{28} = \frac{-23-5}{28} = \frac{-28}{28} = -1$$

$$2. (क) \frac{-7}{9} + \frac{3}{4} = \frac{-28+27}{36} = \frac{-1}{36}$$

$$(ख) \frac{-3}{-11} + \frac{5}{9} = \frac{3}{11} + \frac{5}{9} = \frac{27+55}{99} = \frac{82}{99}$$

$$(ग) \frac{-8}{19} + \frac{-2}{57} = \frac{-24+(-2)}{57} = \frac{-24-2}{57} = \frac{-26}{57}$$

$$(घ) \frac{-7}{26} + \frac{-11}{39} = \frac{-21+(-22)}{78} = \frac{-21-22}{78} = \frac{-43}{78}$$

$$3. (क) \frac{-5}{11} + \frac{-6}{13} = \frac{-6}{13} + \frac{-5}{11}$$

$$(ख) \frac{-7}{9} + \frac{(-4)}{1} = \frac{(-4)}{1} + \frac{-7}{9}$$

बायाँ पक्ष

$$\begin{aligned} \frac{-5}{11} + \frac{-6}{13} &= \frac{-65+(-66)}{143} \\ &= \frac{-65-66}{143} = \frac{-131}{143} \end{aligned}$$

दायाँ पक्ष

$$\begin{aligned} \frac{-6}{13} + \frac{-5}{11} &= \frac{-66+(-65)}{143} \\ &= \frac{-66-65}{143} = \frac{-131}{143} \end{aligned}$$

∴ बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

बायाँ पक्ष

$$\begin{aligned} \frac{-7}{9} + \frac{(-4)}{1} &= \frac{-7+(-36)}{9} \\ &= \frac{-7-36}{9} = \frac{-43}{9} \end{aligned}$$

दायाँ पक्ष

$$\begin{aligned} \frac{(-4)}{1} + \frac{-7}{9} &= \frac{-36+(-7)}{9} \\ &= \frac{-36-7}{9} = \frac{-43}{9} \end{aligned}$$

∴ बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

$$(ग) \frac{-8}{9} + \frac{(-7)}{1} = \frac{(-7)}{1} + \frac{-8}{9}$$

बायाँ पक्ष

$$\frac{-8}{9} + \frac{(-7)}{1} = \frac{-8 + (-63)}{9}$$

$$= \frac{-8 - 63}{9} = \frac{-71}{9}$$

दायाँ पक्ष

$$\frac{(-7)}{1} + \frac{-8}{9} = \frac{(-63) + (-8)}{9}$$

$$= \frac{-63 - 8}{9} = \frac{-71}{9}$$

∴ बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

$$(घ) \frac{4}{11} + \frac{-5}{8} = \frac{-5}{8} + \frac{4}{11}$$

बायाँ पक्ष

$$\frac{4}{11} + \frac{-5}{8} = \frac{32 + (-55)}{88}$$

$$= \frac{32 - 55}{88} = \frac{-23}{88}$$

दायाँ पक्ष

$$\frac{-5}{8} + \frac{4}{11} = \frac{-55 + 32}{88}$$

$$= \frac{-23}{88}$$

∴ बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

$$4. (क) \frac{-15}{17} + \frac{-17}{20} = \frac{-17}{20} + \boxed{\frac{-15}{17}}$$

$$(ख) \frac{5}{9} + \frac{(-6)}{7} = \frac{-6}{7} + \boxed{\frac{5}{9}}$$

$$(ग) \frac{-6}{11} + \frac{5}{22} = \boxed{\frac{5}{22}} + \frac{(-6)}{11}$$

$$(घ) \frac{3}{7} + \frac{(-8)}{21} = \boxed{\frac{-8}{21}} + \frac{3}{7}$$

$$5. (क) \left(\frac{1}{12} + \frac{2}{15} \right) + \frac{7}{6} = \boxed{\frac{1}{12}} + \left(\frac{2}{15} + \frac{7}{6} \right)$$

$$(ख) \frac{-3}{5} + \left[\frac{6}{5} + \frac{(-8)}{15} \right] = \left(\frac{-3}{5} + \frac{6}{5} \right) + \boxed{\frac{(-8)}{15}}$$

$$(ग) \frac{4}{7} + \left(\frac{-9}{7} + \frac{6}{7} \right) = \left(\boxed{\frac{4}{7}} + \frac{-9}{7} \right) + \frac{6}{7}$$

$$(घ) \left[\frac{-1}{2} + \frac{3}{7} \right] + \frac{(-4)}{3} = \frac{-1}{2} + \left[\frac{3}{7} + \boxed{\frac{(-4)}{3}} \right]$$

$$6. (क) \frac{5}{21} + \frac{-6}{7} = \frac{5-18}{21} = \frac{-13}{21}$$

पुनः $\frac{-6}{7} + \frac{5}{21} = \frac{-18+5}{21} = \frac{-13}{21}$

अतः $\frac{5}{21} + \frac{-6}{7} = \frac{-6}{7} + \frac{5}{21}$

यह प्रगुण योग का क्रम विनिमय प्रगुण है।

$$(ख) \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3} \right) = \frac{3}{4} + \left(\frac{3+4}{6} \right) = \frac{3}{4} + \frac{7}{6} = \frac{9+14}{12} = \frac{23}{12}$$

$$\text{पुनः } \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3} = \left(\frac{3+2}{4}\right) + \frac{2}{3} = \frac{5}{4} + \frac{2}{3} = \frac{15+8}{12} = \frac{23}{12}$$

$$\text{अतः } \frac{3}{4} + \left(\frac{1}{2} + \frac{2}{3}\right) = \left(\frac{3}{4} + \frac{1}{2}\right) + \frac{2}{3}$$

यह योग का साहचर्य प्रगुण है।

$$(ग) \frac{3}{7} + \left(\frac{-3}{7}\right) = \frac{3+(-3)}{7} = \frac{0}{7} = 0$$

अतः $\frac{3}{7}$ और $\frac{-3}{7}$ एक-दूसरे के योगात्मक प्रतिलोम हैं।

∴ यह योग का योगात्मक प्रतिलोम प्रगुण है।

$$(घ) \frac{5}{-7} + \left[\frac{(-5)}{8} + \frac{11}{4}\right] = \frac{5}{-7} + \left(\frac{-5+22}{8}\right) = \frac{-5}{7} + \frac{17}{8}$$

$$= \frac{-40+119}{56} = \frac{79}{56}$$

$$\text{पुनः } \left[\frac{5}{-7} + \frac{(-5)}{8}\right] + \frac{11}{4} = \left[\frac{-5}{7} + \frac{(-5)}{8}\right] + \frac{11}{4} = \left(\frac{-40-35}{56}\right) + \frac{11}{4}$$

$$= \frac{-75}{56} + \frac{11}{4} = \frac{-75+154}{56} = \frac{79}{56}$$

$$\text{अतः } \frac{5}{-7} + \left[\frac{(-5)}{8} + \frac{11}{4}\right] = \left[\frac{5}{-7} + \frac{(-5)}{8}\right] + \frac{11}{4}$$

यह योग का साहचर्य प्रगुण है।

$$7. (क) a+b = \frac{3}{4} + \frac{2}{5} = \frac{15+8}{20} = \frac{23}{20}$$

$$b+a = \frac{2}{5} + \frac{3}{4} = \frac{8+15}{20} = \frac{23}{20}$$

अतः $a+b = b+a$

$$(ख) a+b = \frac{7}{3} + \frac{(-7)}{9} = \frac{21-7}{9} = \frac{14}{9}$$

$$b+a = \frac{-7}{9} + \frac{7}{3} = \frac{-7+21}{9} = \frac{14}{9}$$

अतः $a+b = b+a$

$$8. (क) \frac{2}{3} + \left(\frac{-2}{3}\right) = \frac{2+(-2)}{3} = \frac{0}{3} = 0$$

अतः $\frac{2}{3}$ का योगात्मक प्रतिलोम $\frac{-2}{3}$ है।

$$(ख) \frac{8}{-27} = \frac{-8}{27}$$

$$\frac{-8}{27} + \frac{8}{27} = \frac{-8+8}{27} = \frac{0}{27} = 0$$

अतः $\frac{8}{-27}$ का योगात्मक प्रतिलोम $\frac{8}{27}$ है।

$$(ग) \frac{-7}{15} + \frac{7}{15} = \frac{-7+7}{15} = \frac{0}{15} = 0$$

अतः $\frac{-7}{15}$ का योगात्मक प्रतिलोम $\frac{7}{15}$ है।

$$(घ) \frac{-3}{-5} = \frac{3}{5}$$

$$\frac{3}{5} + \left(\frac{-3}{5}\right) = \frac{3+(-3)}{5} = \frac{0}{5} = 0$$

अतः $\frac{-3}{-5}$ का योगात्मक प्रतिलोम $\frac{-3}{5}$ है।

$$9. (क) (a+b)+c = \left(\frac{4}{5} + \frac{-2}{3}\right) + \frac{8}{9} = \left(\frac{12-10}{15}\right) + \frac{8}{9} = \frac{2}{15} + \frac{8}{9} = \frac{6+40}{45} = \frac{46}{45}$$

$$a+(b+c) = \frac{4}{5} + \left(\frac{-2}{3} + \frac{8}{9}\right) = \frac{4}{5} + \frac{-6+8}{9} = \frac{4}{5} + \frac{2}{9} = \frac{36+10}{45} = \frac{46}{45}$$

अतः $(a+b)+c = a+(b+c)$

$$(ख) (a+b)+c = \left(\frac{1}{9} + \frac{5}{6}\right) + \frac{-7}{9} = \left(\frac{2+15}{18}\right) + \frac{-7}{9}$$

$$= \frac{17}{18} + \frac{-7}{9} = \frac{17-14}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

$$a+(b+c) = \frac{1}{9} + \left[\frac{5}{6} + \frac{(-7)}{9}\right] = \frac{1}{9} + \left(\frac{15-14}{18}\right)$$

$$= \frac{1}{9} + \frac{1}{18} = \frac{2+1}{18} = \frac{3}{18} = \frac{1}{6}$$

अतः $(a+b)+c = a+(b+c)$

$$10. (क) \frac{16}{17} + 0 = \frac{16}{17} \text{ (योग का तत्समक अवयव नियम से)}$$

$$(ख) \frac{-12}{5} + 0 = \frac{-12}{5} \text{ (योग का तत्समक अवयव नियम से)}$$

$$(ग) \frac{16}{-15} + 0 = \frac{-16}{15} + 0 = \frac{-16}{15} \text{ (योग का तत्समक अवयव नियम से)}$$

$$(घ) \frac{2}{-7} + 0 = \frac{-2}{7} + 0 = \frac{-2}{7} \text{ (योग का तत्समक अवयव नियम से)}$$

अभ्यास 1.2

$$1. (क) \frac{4}{5} - \frac{-7}{8} = \frac{4}{5} + \frac{7}{8} = \frac{4 \times 8 + 7 \times 5}{40} = \frac{32 + 35}{40} = \frac{67}{40}$$

जो एक परिमेय संख्या है।

अतः परिमेय संख्याओं के संदर्भ में घटाने की सँक्रिया के संवरक प्रगुण को प्रमाणित किया जाता है।

$$(ख) \frac{-13}{15} - \frac{19}{30} = \frac{-13 \times 2 - 19 \times 1}{30} = \frac{-26 - 19}{30} = \frac{-45}{30} = \frac{-3}{2}$$

जो एक परिमेय संख्या है।

अतः परिमेय संख्याओं के संदर्भ में घटाने की सँक्रिया के संवरक प्रगुण को प्रमाणित किया जाता है।

$$(ग) \frac{-5}{6} - \left(\frac{2}{-9} \right) = \frac{-5}{6} + \frac{2}{9} = \frac{(-5) \times 3 + 2 \times 2}{18} = \frac{-15 + 4}{18} = \frac{-11}{18}$$

जो एक परिमेय संख्या है।

अतः परिमेय संख्याओं के संदर्भ में घटाने की सँक्रिया के संवरक प्रगुण को प्रमाणित किया जाता है।

$$(घ) \frac{8}{33} - \frac{5}{22} = \frac{8 \times 2 - 5 \times 3}{66} = \frac{16 - 15}{66} = \frac{1}{66}$$

जो एक परिमेय संख्या है।

अतः परिमेय संख्याओं के संदर्भ में घटाने की सँक्रिया के संवरक प्रगुण को प्रमाणित किया जाता है।

$$2. (क) \frac{2}{-9} - \left(\frac{-7}{12} \right) = \frac{-2}{9} + \frac{7}{12} = \frac{-2 \times 4 + 7 \times 3}{36} = \frac{-8 + 21}{36} = \frac{13}{36}$$

$$\text{इसी प्रकार, } \frac{-7}{12} - \left(\frac{2}{-9} \right) = \frac{-7}{12} + \frac{2}{9} = \frac{-7 \times 3 + 2 \times 4}{36} = \frac{-21 + 8}{36} = \frac{-13}{36}$$

$$\text{अब, } \frac{13}{36} \neq \frac{-13}{36}$$

$$\text{इस प्रकार, } \frac{2}{-9} - \left(\frac{-7}{12}\right) \neq \frac{-7}{12} - \left(\frac{2}{-9}\right)$$

अतः परिमेय संख्याओं के घटाने की संक्रिया में क्रमविनिमेय प्रगुण लागू नहीं होता है।

$$(ख) \frac{-3}{14} - \left(\frac{19}{-42}\right) = \frac{-3}{14} + \frac{19}{42} = \frac{-3 \times 3 + 19 \times 1}{42} = \frac{-9 + 19}{42} = \frac{10}{42}$$

$$\begin{aligned} \text{इसी प्रकार, } \frac{19}{-42} - \left(\frac{-3}{14}\right) &= \frac{-19}{42} + \frac{3}{14} = \frac{-19 \times 1 + 3 \times 3}{42} \\ &= \frac{-19 + 9}{42} = \frac{-10}{42} \end{aligned}$$

$$\text{अब, } \frac{10}{42} \neq \frac{-10}{42}$$

$$\text{इस प्रकार, } \frac{-3}{14} - \left(\frac{19}{-42}\right) \neq \frac{19}{-42} - \left(\frac{-3}{14}\right)$$

अतः परिमेय संख्याओं के घटाने की संक्रिया में क्रमविनिमेय प्रगुण लागू नहीं होता है।

$$(ग) \frac{-8}{7} - \frac{6}{11} = \frac{-8 \times 11 - 6 \times 7}{77} = \frac{-88 - 42}{77} = \frac{-130}{77}$$

$$\text{इसी प्रकार, } \frac{6}{11} - \left(\frac{-8}{7}\right) = \frac{6}{11} + \frac{8}{7} = \frac{6 \times 7 + 8 \times 11}{77} = \frac{42 + 88}{77} = \frac{130}{77}$$

$$\text{अब, } \frac{-130}{77} \neq \frac{130}{77}$$

$$\text{इस प्रकार, } \frac{-8}{7} - \frac{6}{11} \neq \frac{6}{11} - \left(\frac{-8}{7}\right)$$

अतः परिमेय संख्याओं के घटाने की संक्रिया में क्रमविनिमेय प्रगुण लागू नहीं होता है।

$$(घ) \frac{-15}{19} - \frac{(-8)}{21} = \frac{-15}{19} + \frac{8}{21} = \frac{-15 \times 21 + 8 \times 19}{399} = \frac{-315 + 152}{399} = \frac{-163}{399}$$

$$\begin{aligned} \text{इसी प्रकार, } \frac{-8}{21} - \frac{(-15)}{19} &= \frac{-8}{21} + \frac{15}{19} = \frac{-8 \times 19 + 15 \times 21}{399} \\ &= \frac{-152 + 315}{399} = \frac{163}{399} \end{aligned}$$

$$\text{अब, } \frac{-163}{399} \neq \frac{163}{399}$$

इस प्रकार, $\frac{-15}{19} - \frac{(-8)}{21} \neq \frac{-8}{21} - \frac{(-15)}{19}$

अतः परिमेय संख्याओं के घटाने की संक्रिया में क्रमविनिमेय प्रगुण लागू नहीं होता है।

$$\begin{aligned}
 3. \text{ (क)} \quad \left[\frac{3}{8} - \left(\frac{9}{-14} \right) \right] - \frac{5}{16} &= \left(\frac{3}{8} + \frac{9}{14} \right) - \frac{5}{16} \\
 &= \frac{3 \times 7 + 9 \times 4}{56} - \frac{5}{16} = \frac{21 + 36}{56} - \frac{5}{16} \\
 &= \frac{57}{56} - \frac{5}{16} = \frac{57 \times 2 - 5 \times 7}{112} \\
 &= \frac{114 - 35}{112} = \frac{79}{112}
 \end{aligned}$$

इसी प्रकार,

$$\begin{aligned}
 \frac{3}{8} - \left[\frac{9}{-14} - \frac{5}{16} \right] &= \frac{3}{8} - \left[\frac{-9}{14} - \frac{5}{16} \right] \\
 &= \frac{3}{8} - \left[\frac{(-9) \times 8 - 5 \times 7}{112} \right] = \frac{3}{8} - \left(\frac{-72 - 35}{112} \right) \\
 &= \frac{3}{8} - \left(\frac{-107}{112} \right) = \frac{3}{8} + \frac{107}{112} \\
 &= \frac{3 \times 14 + 107 \times 1}{112} = \frac{42 + 107}{112} = \frac{149}{112}
 \end{aligned}$$

अब, $\frac{79}{112} \neq \frac{149}{112}$

इस प्रकार, $\left[\frac{3}{8} - \left(\frac{9}{-14} \right) \right] - \frac{5}{16} \neq \frac{3}{8} - \left[\frac{9}{-14} - \frac{5}{16} \right]$

अतः परिमेय संख्याओं के घटाने की संक्रिया में साहचर्य प्रगुण लागू नहीं होता है।

$$\begin{aligned}
 \text{(ख)} \quad \left(\frac{-5}{6} - \frac{4}{9} \right) - \left(\frac{11}{-12} \right) &= \frac{-5 \times 3 - 4 \times 2}{18} + \frac{11}{12} \\
 &= \frac{-15 - 8}{18} + \frac{11}{12} = \frac{-23}{18} + \frac{11}{12} \\
 &= \frac{-23 \times 2 + 11 \times 3}{36} = \frac{-46 + 33}{36} = \frac{-13}{36}
 \end{aligned}$$

इसी प्रकार,

$$\begin{aligned}\frac{-5}{6} - \left[\frac{4}{9} - \left(\frac{11}{-12} \right) \right] &= \frac{-5}{6} - \left[\frac{4}{9} + \frac{11}{12} \right] \\ &= \frac{-5}{6} - \left[\frac{4 \times 4 + 11 \times 3}{36} \right] = \frac{-5}{6} - \left[\frac{16 + 33}{36} \right] \\ &= \frac{-5}{6} - \frac{49}{36} = \frac{-5 \times 6 - 49 \times 1}{36} \\ &= \frac{-30 - 49}{36} = \frac{-79}{36}\end{aligned}$$

अब, $\frac{-13}{36} \neq \frac{-79}{36}$

इस प्रकार, $\left(\frac{-5}{6} - \frac{4}{9} \right) - \left(\frac{11}{-12} \right) \neq \frac{-5}{6} - \left[\frac{4}{9} - \left(\frac{11}{-12} \right) \right]$

अतः परिमेय संख्याओं के घटाने की संक्रिया में साहचर्य प्रगुण लागू नहीं होता है।

(ग) $\left(\frac{-8}{9} - \frac{11}{4} \right) - \left(\frac{-4}{12} \right) = \frac{-8 \times 4 - 11 \times 9}{36} + \frac{4}{12}$

$$\begin{aligned}&= \frac{-32 - 99}{36} + \frac{4}{12} = \frac{-23}{18} + \frac{11}{12} \\ &= \frac{-131}{36} + \frac{4}{12} = \frac{-131 \times 1 + 4 \times 3}{36} \\ &= \frac{-131 + 12}{36} = \frac{-119}{36}\end{aligned}$$

इसी प्रकार,

$$\begin{aligned}\frac{-8}{9} - \left[\frac{11}{4} - \left(\frac{-4}{12} \right) \right] &= \frac{-8}{9} - \left[\frac{11}{4} + \frac{4}{12} \right] \\ &= \frac{-8}{9} - \left[\frac{11 \times 3 + 4 \times 1}{12} \right] = \frac{-8}{9} - \left[\frac{33 + 4}{12} \right] \\ &= \frac{-8}{9} - \frac{37}{12} = \frac{-8 \times 4 - 37 \times 3}{36} \\ &= \frac{-32 - 111}{36} = \frac{-143}{36}\end{aligned}$$

अब, $\frac{-119}{36} \neq \frac{-143}{36}$

$$\text{इस प्रकार, } \left(\frac{-8}{9} - \frac{11}{4} \right) - \left(\frac{-4}{12} \right) \neq \frac{-8}{9} - \left[\frac{11}{4} - \left(\frac{-4}{12} \right) \right]$$

अतः परिमेय संख्याओं के घटाने की संक्रिया में साहचर्य प्रगुण लागू नहीं होता है।

$$\begin{aligned} \text{(घ)} \quad \left[\frac{5}{14} - \left(\frac{-7}{9} \right) \right] - \frac{3}{42} &= \left[\frac{5}{14} + \frac{7}{9} \right] - \frac{3}{42} = \frac{5 \times 9 + 7 \times 14}{126} - \frac{3}{42} \\ &= \frac{45 + 98}{126} - \frac{3}{42} = \frac{143}{126} - \frac{3}{42} \\ &= \frac{143 \times 1 - 3 \times 3}{126} = \frac{143 - 9}{126} = \frac{134}{126} \end{aligned}$$

इसी प्रकार,

$$\begin{aligned} \frac{5}{14} - \left[\frac{-7}{9} - \frac{3}{42} \right] &= \frac{5}{14} - \left[\frac{-7 \times 14 - 3 \times 3}{126} \right] = \frac{5}{14} - \left[\frac{-98 - 9}{126} \right] \\ &= \frac{5}{14} - \left[\frac{-107}{126} \right] = \frac{5}{14} + \frac{107}{126} \\ &= \frac{5 \times 9 + 107 \times 1}{126} \\ &= \frac{45 + 107}{126} = \frac{152}{126} \end{aligned}$$

$$\text{अब, } \frac{134}{126} \neq \frac{152}{126}$$

$$\text{इस प्रकार, } \left[\frac{5}{14} - \left(\frac{-7}{9} \right) \right] - \frac{3}{42} \neq \frac{5}{14} - \left[\frac{-7}{9} - \frac{3}{42} \right]$$

अतः परिमेय संख्याओं के घटाने की संक्रिया में साहचर्य प्रगुण लागू नहीं होता है।

$$\begin{aligned} \text{4. (क)} \quad \frac{-4}{7} - \frac{7}{8} &= \frac{-4 \times 8 - 7 \times 7}{56} = \frac{-32 - 49}{56} = \frac{-81}{56} \\ \frac{7}{8} - \frac{-4}{7} &= \frac{7}{8} + \frac{4}{7} = \frac{7 \times 7 + 4 \times 8}{56} = \frac{49 + 32}{56} = \frac{81}{56} \end{aligned}$$

$$\text{अब, } \frac{-81}{56} \neq \frac{81}{56}$$

$$\text{इस प्रकार, } \frac{-4}{7} - \frac{7}{8} \neq \frac{7}{8} - \frac{-4}{7}$$

अतः दिया गया कथन असत्य है।

$$\begin{aligned}
 \text{(ख)} \quad \frac{5}{63} - \frac{-8}{21} &= \frac{5}{63} + \frac{8}{21} \\
 &= \frac{5 \times 1 + 8 \times 3}{63} = \frac{5 + 24}{63} = \frac{29}{63} \\
 \frac{-8}{21} - \frac{5}{63} &= \frac{-8 \times 3 - 5 \times 1}{63} = \frac{-24 - 5}{63} = \frac{-29}{63}
 \end{aligned}$$

$$\text{अतः,} \quad \frac{29}{63} \neq \frac{-29}{63}$$

$$\text{इस प्रकार,} \quad \frac{5}{63} - \frac{-8}{21} \neq \frac{-8}{21} - \frac{5}{63}$$

अतः दिया गया कथन असत्य है।

$$\begin{aligned}
 \text{(ग)} \quad \frac{-5}{6} - \left(\frac{2}{9} - \frac{7}{12} \right) &= \frac{-5}{6} - \frac{8 - 21}{36} = \frac{-5}{6} - \frac{-13}{36} \\
 &= \frac{-5}{6} + \frac{13}{36} = \frac{-30 + 13}{36} = \frac{-17}{36} \\
 \left(\frac{-5}{6} - \frac{2}{9} \right) - \frac{7}{12} &= \frac{-15 - 4}{18} - \frac{7}{12} = \frac{-19}{18} - \frac{7}{12} \\
 &= \frac{-19 \times 2 - 7 \times 3}{36} = \frac{-38 - 21}{36} = \frac{-59}{36}
 \end{aligned}$$

$$\text{अतः,} \quad \frac{-17}{36} \neq \frac{-59}{36}$$

$$\text{इस प्रकार,} \quad \frac{-5}{6} - \left(\frac{2}{9} - \frac{7}{12} \right) \neq \left(\frac{-5}{6} - \frac{2}{9} \right) - \frac{7}{12}$$

अतः दिया गया कथन असत्य है।

$$\begin{aligned}
 \text{(घ)} \quad \frac{-2}{3} - \left(\frac{-4}{5} - \frac{1}{2} \right) &= \frac{-2}{3} - \left(\frac{-4 \times 2 - 1 \times 5}{10} \right) = \frac{-2}{3} - \left(\frac{-8 - 5}{10} \right) \\
 &= \frac{-2}{3} - \frac{-13}{10} = \frac{-2}{3} + \frac{13}{10} \\
 &= \frac{-2 \times 10 + 13 \times 2}{30} = \frac{-20 + 26}{30} = \frac{6}{30} \\
 \left(\frac{-2}{3} - \frac{-4}{5} \right) - \frac{1}{2} &= \left(\frac{-2}{3} + \frac{4}{5} \right) - \frac{1}{2} = \left(\frac{-2 \times 5 + 4 \times 3}{15} \right) - \frac{1}{2} \\
 &= \left(\frac{-10 + 12}{15} \right) - \frac{1}{2} = \frac{2}{15} - \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$

$$= \frac{2 \times 2 - 1 \times 15}{30} = \frac{4 - 15}{30} = \frac{-11}{30}$$

अतः, $\frac{6}{30} \neq \frac{-11}{30}$

इस प्रकार, $\frac{-2}{3} - \left(\frac{-4}{5} - \frac{1}{2}\right) \neq \left(\frac{-2}{3} - \frac{-4}{5}\right) - \frac{1}{2}$

अतः दिया गया कथन असत्य है।

5. (क) $\frac{6}{5} - \frac{1}{5} = \frac{6-1}{5} = \frac{5}{5} = 1$

(ख) $\frac{-5}{4} - \frac{7}{3} = \frac{-5 \times 3 - 7 \times 4}{12} = \frac{-15 - 28}{12} = \frac{-43}{12}$

(ग) $\frac{9}{14} - \frac{13}{126} = \frac{9 \times 9 - 13 \times 1}{126} = \frac{81 - 13}{126} = \frac{68}{126} = \frac{34}{63}$

(घ) $\frac{13}{-32} - \frac{19}{42} = \frac{-13}{32} - \frac{19}{42} = \frac{-13 \times 21 - 19 \times 16}{672} = \frac{-273 - 304}{672} = \frac{-577}{672}$

6. (क) $\frac{5}{12} - \left(\frac{-7}{12}\right) = \frac{5}{12} + \frac{7}{12} = \frac{5+7}{12} = \frac{12}{12} = 1$

(ख) $\frac{8}{5} - \frac{7}{15} = \frac{8 \times 3 - 7 \times 1}{15} = \frac{24 - 7}{15} = \frac{17}{15}$

(ग) $\frac{11}{48} - \left(\frac{-9}{16}\right) = \frac{11}{48} + \frac{9}{16} = \frac{11 \times 1 + 9 \times 3}{48} = \frac{11 + 27}{48} = \frac{38}{48} = \frac{19}{24}$

(घ) $\frac{7}{8} - \frac{6}{7} = \frac{7 \times 7 - 6 \times 8}{56} = \frac{49 - 48}{56} = \frac{1}{56}$

7. (क) $\frac{1}{6} - \frac{19}{12} - \frac{22}{9} = \frac{1}{6} - \left(\frac{19}{12} + \frac{22}{9}\right) = \frac{1}{6} - \frac{19 \times 3 + 22 \times 4}{36}$

$$= \frac{1}{6} - \frac{57 + 88}{36} = \frac{1}{6} - \frac{145}{36} = \frac{6 - 145}{36} = \frac{-139}{36}$$

(ख) $\frac{23}{12} - \frac{11}{42} + \frac{1}{7} = \left(\frac{23}{12} - \frac{11}{42}\right) + \frac{1}{7} = \frac{23 \times 7 - 11 \times 2}{84} + \frac{1}{7}$

$$= \frac{161 - 22}{84} + \frac{1}{7} = \frac{139}{84} + \frac{1}{7} = \frac{139 \times 1 + 1 \times 12}{84}$$

$$= \frac{139 + 12}{84} = \frac{151}{84}$$

(ग) $\frac{1}{6} + \frac{-2}{5} - \frac{-2}{15} = \frac{1}{6} - \frac{2}{5} + \frac{2}{15} = \frac{1}{6} - \left(\frac{2}{5} - \frac{2}{15}\right) = \frac{1}{6} - \left(\frac{2 \times 3 - 2 \times 1}{15}\right)$

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{6} - \left(\frac{6-2}{15} \right) = \frac{1}{6} - \frac{4}{15} = \frac{1 \times 5 - 4 \times 2}{30} \\
 &= \frac{5-8}{30} = \frac{-3}{30} = \frac{-1}{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(घ)} \quad \frac{3}{8} - \frac{-2}{9} + \frac{-1}{36} &= \frac{3}{8} + \frac{2}{9} - \frac{1}{36} = \frac{3}{8} + \left(\frac{2}{9} - \frac{1}{36} \right) \\
 &= \frac{3}{8} + \left(\frac{2 \times 4 - 1 \times 1}{36} \right) = \frac{3}{8} + \left(\frac{8-1}{36} \right) \\
 &= \frac{3}{8} + \frac{7}{36} = \frac{3 \times 9 + 7 \times 2}{72} = \frac{27+14}{72} = \frac{41}{72}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad a - (b - c) &= \frac{2}{3} - \left[\frac{5}{4} - \left(\frac{-2}{5} \right) \right] = \frac{2}{3} - \left[\frac{5}{4} + \frac{2}{5} \right] \\
 &= \frac{2}{3} - \frac{25+8}{20} = \frac{2}{3} - \frac{33}{20} = \frac{40-99}{60} = \frac{-59}{60} \\
 (a - b) - c &= \left(\frac{2}{3} - \frac{5}{4} \right) - \left(\frac{-2}{5} \right) = \frac{8-15}{12} + \frac{2}{5} = \frac{-7}{12} + \frac{2}{5} \\
 &= \frac{-35+24}{60} = \frac{-11}{60}
 \end{aligned}$$

अभ्यास 1.3

$$1. \text{ (क)} \quad \frac{5}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{5 \times 3}{7 \times 10} = \frac{15}{70} = \frac{3}{14}$$

$$\text{इसी प्रकार,} \quad \frac{3}{10} \times \frac{5}{7} = \frac{15}{70} = \frac{3}{14}$$

$$\therefore \quad \frac{5}{7} \times \frac{3}{10} = \frac{3}{10} \times \frac{5}{7}$$

$$\text{(ख)} \quad \frac{3}{5} \times \left(-\frac{7}{8} \right) = \frac{3 \times (-7)}{5 \times 8} = \frac{-21}{40}$$

$$\text{इसी प्रकार,} \quad \left(-\frac{7}{8} \right) \times \frac{3}{5} = \frac{-7 \times 3}{8 \times 5} = \frac{-21}{40}$$

$$\therefore \quad \frac{3}{5} \times \left(-\frac{7}{8} \right) = \left(-\frac{7}{8} \right) \times \frac{3}{5}$$

$$\text{(ग)} \quad \frac{-84}{25} \times \frac{15}{8} = \frac{-84 \times 15}{25 \times 8} = \frac{-1260}{200} = \frac{-63}{10}$$

इसी प्रकार, $\frac{15}{8} \times \frac{-84}{25} = \frac{15 \times (-84)}{8 \times 25} = \frac{-1260}{200} = \frac{-63}{10}$

$$\therefore \left(\frac{-84}{25}\right) \times \frac{15}{8} = \frac{15}{8} \times \left(\frac{-84}{25}\right)$$

$$= \frac{-1260}{200} = \frac{-63}{10}$$

$$\therefore \frac{-84}{25} \times \frac{15}{8} = \frac{15}{8} \times \left(\frac{-84}{25}\right)$$

(घ) $\frac{-18}{4} \times \left(\frac{-22}{24}\right) = \frac{-18 \times (-22)}{4 \times 24} = \frac{396}{96} = \frac{33}{8}$

इसी प्रकार,

$$\frac{-22}{24} \times \left(\frac{-18}{4}\right) = \frac{-22 \times (-18)}{24 \times 4} = \frac{396}{96} = \frac{33}{8}$$

$$\therefore \frac{-18}{4} \times \left(\frac{-22}{24}\right) = \frac{-22}{24} \times \left(\frac{-18}{4}\right)$$

2. (क) $x \times (y \times z) = \frac{1}{2} \times \left[\left(\frac{-2}{3}\right) \times \frac{3}{7}\right] = \frac{1}{2} \times \left(\frac{-6}{21}\right) = \frac{-6}{2 \times 21} = \frac{-1}{7}$

$$(x \times y) \times z = \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{-2}{3}\right)\right] \times \frac{3}{7} = \frac{-2}{6} \times \frac{3}{7} = \frac{(-2) \times 3}{6 \times 7} = \frac{-1}{7}$$

अब, $\frac{-1}{7} = \frac{-1}{7}$

अतः $\frac{1}{2} \times \left[\left(\frac{-2}{3}\right) \times \frac{3}{7}\right] = \left[\frac{1}{2} \times \left(\frac{-2}{3}\right)\right] \times \frac{3}{7}$

(ख) $x \times (y \times z) = \frac{3}{2} \times \left(\frac{4}{7} \times \frac{1}{6}\right) = \frac{3}{2} \times \frac{4}{42} = \frac{1}{7}$

$$(x \times y) \times z = \left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{7}\right) \times \frac{1}{6} = \frac{12}{14} \times \frac{1}{6} = \frac{1}{7}$$

अब, $\frac{1}{7} = \frac{1}{7}$

अतः $\frac{3}{2} \times \left(\frac{4}{7} \times \frac{1}{6}\right) = \left(\frac{3}{2} \times \frac{4}{7}\right) \times \frac{1}{6}$

(ग) $x \times (y \times z) = \frac{7}{23} \times \left(\frac{5}{19} \times \frac{1}{2}\right) = \frac{7}{23} \times \frac{5}{38} = \frac{35}{874}$

$$(x \times y) \times z = \left(\frac{7}{23} \times \frac{5}{19}\right) \times \frac{1}{2} = \frac{35}{437} \times \frac{1}{2} = \frac{35}{874}$$

अब,
$$\frac{35}{874} = \frac{35}{874}$$

अतः
$$\frac{7}{23} \times \left(\frac{5}{19} \times \frac{1}{2}\right) = \left(\frac{7}{23} \times \frac{5}{19}\right) \times \frac{1}{2}$$

(घ)
$$x \times (y \times z) = \frac{2}{5} \times \left[\left(\frac{-7}{2}\right) \times \frac{6}{11}\right] = \frac{2}{5} \times \left(\frac{-42}{22}\right) = \frac{-42}{55}$$

$$(x \times y) \times z = \left[\frac{2}{5} \times \left(\frac{-7}{2}\right)\right] \times \frac{6}{11} = \frac{-7}{5} \times \frac{6}{11} = \frac{-42}{55}$$

अब,
$$\frac{-42}{55} = \frac{-42}{55}$$

अतः
$$\frac{2}{5} \times \left[\left(\frac{-7}{2}\right) \times \frac{6}{11}\right] = \left[\frac{2}{5} \times \left(\frac{-7}{2}\right)\right] \times \frac{6}{11}$$

3. (क)
$$\frac{3}{4} \times \left(-\frac{6}{7} + \frac{2}{5}\right) = \frac{3}{4} \times \left(\frac{-6}{7}\right) + \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{-6 \times 5 + 2 \times 7}{35}\right)$$

$$= \frac{3}{4} \times \left(\frac{-30 + 14}{35}\right) = \frac{3}{4} \times \left(\frac{-16}{35}\right) = \frac{-12}{35}$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = \frac{3}{4} \times \left(\frac{-6}{7}\right) + \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

$$= \frac{3 \times (-6)}{4 \times 7} + \frac{3 \times 2}{4 \times 5} = \frac{-9}{14} + \frac{3}{10}$$

$$= \frac{-9 \times 5 + 3 \times 7}{70} = \frac{-45 + 21}{70} = \frac{-24}{70} = \frac{-12}{35}$$

∴ बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

∴
$$\frac{3}{4} \times \left(-\frac{6}{7} + \frac{2}{5}\right) = \frac{3}{4} \times \left(\frac{-6}{7}\right) + \frac{3}{4} \times \frac{2}{5}$$

(ख)
$$\frac{5}{2} \times \left[\frac{1}{9} + \left(-\frac{6}{11}\right)\right] = \frac{5}{2} \times \frac{1}{9} + \frac{5}{2} \times \left(\frac{-6}{11}\right)$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = \frac{5}{2} \times \left[\frac{1}{9} + \left(\frac{-6}{11}\right)\right] = \frac{5}{2} \times \left[\frac{1 \times 11 + (-6) \times 9}{99}\right]$$

$$= \frac{5}{2} \times \left(\frac{11 - 54}{99}\right) = \frac{5}{2} \times \left(\frac{-43}{99}\right) = \frac{-215}{198}$$

$$\begin{aligned}
 \text{दायाँ पक्ष} &= \frac{5}{2} \times \frac{1}{9} + \frac{5}{2} \times \left(\frac{-6}{11} \right) \\
 &= \frac{5}{18} - \frac{15}{11} = \frac{5 \times 11 - 15 \times 18}{18 \times 11} \\
 &= \frac{55 - 270}{18 \times 11} = \frac{-215}{198}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\therefore \frac{5}{2} \times \left[\frac{1}{9} + \left(-\frac{6}{11} \right) \right] = \frac{5}{2} \times \frac{1}{9} + \frac{5}{2} \times \left(\frac{-6}{11} \right)$$

$$(ग) \quad \frac{-3}{9} \times \left[\frac{4}{7} + \frac{(-5)}{6} \right] = \frac{-3}{9} \times \frac{4}{7} + \left(\frac{-3}{9} \right) \times \left(\frac{-5}{6} \right)$$

$$\begin{aligned}
 \text{बायाँ पक्ष} &= \frac{-3}{9} \times \left[\frac{4}{7} + \frac{(-5)}{6} \right] = \frac{-3}{9} \times \left[\frac{4 \times 6 + 7 \times (-5)}{42} \right] \\
 &= \frac{-3}{9} \times \left[\frac{24 - 35}{42} \right] = \frac{-3}{9} \times \left(\frac{-11}{42} \right) = \frac{33}{378} = \frac{11}{126}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{दायाँ पक्ष} &= \frac{-3}{9} \times \frac{4}{7} + \left(\frac{-3}{9} \right) \times \left(\frac{-5}{6} \right) = \frac{-12}{63} + \frac{15}{54} \\
 &= \frac{-4}{21} + \frac{5}{18} = \frac{-4 \times 6 + 5 \times 7}{126} = \frac{-24 + 35}{126} = \frac{11}{126}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\therefore \frac{-3}{9} \times \left[\frac{4}{7} + \frac{(-5)}{6} \right] = \frac{-3}{9} \times \frac{4}{7} + \left(\frac{-3}{9} \right) \times \left(\frac{-5}{6} \right)$$

$$(घ) \quad \frac{-2}{3} \times \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{-5}{6} \right) \right] = \frac{-2}{3} \times \frac{3}{4} + \left(\frac{-2}{3} \right) \times \left(\frac{-5}{6} \right)$$

$$\begin{aligned}
 \text{बायाँ पक्ष} &= \frac{-2}{3} \times \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{-5}{6} \right) \right] = \frac{-2}{3} \times \left[\frac{3 \times 3 + 2 \times (-5)}{12} \right] \\
 &= \frac{-2}{3} \times \left[\frac{9 - 10}{12} \right] = \frac{-2}{3} \times \left(\frac{-1}{12} \right) = \frac{2}{36} = \frac{1}{18}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{दायाँ पक्ष} &= \frac{-2}{3} \times \frac{3}{4} + \left(\frac{-2}{3} \right) \times \left(\frac{-5}{6} \right) = \frac{-6}{12} + \frac{10}{18} \\
 &= \frac{-1}{2} + \frac{5}{9} = \frac{-1 \times 9 + 5 \times 2}{18} = \frac{-9 + 10}{18} = \frac{1}{18}
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\therefore \frac{-2}{3} \times \left[\frac{3}{4} + \left(\frac{-5}{6} \right) \right] = \frac{-2}{3} \times \frac{3}{4} + \left(\frac{-2}{3} \right) \times \left(\frac{-5}{6} \right)$$

$$4. (\text{क}) \quad \frac{5}{4} \times \left(-\frac{7}{6} - \frac{3}{5} \right) = \frac{5}{4} \times \left(-\frac{7}{6} \right) - \frac{5}{4} \times \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= \frac{5}{4} \times \left(-\frac{7}{6} - \frac{3}{5} \right) \\ &= \frac{5}{4} \times \left(\frac{-7 \times 5 - 3 \times 6}{30} \right) \\ &= \frac{5}{4} \times \left(\frac{-35 - 18}{30} \right) = \frac{5}{4} \times \left(\frac{-53}{30} \right) = \frac{-53}{24} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दायाँ पक्ष} &= \frac{5}{4} \times \left(-\frac{7}{6} \right) - \frac{5}{4} \times \frac{3}{5} \\ &= \frac{-35}{24} - \frac{15}{20} = \left(\frac{-35 \times 5 - 15 \times 6}{120} \right) \\ &= \frac{-175 - 90}{120} = \frac{-265}{120} = \frac{-53}{24} \end{aligned}$$

$$\therefore \quad \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\therefore \quad \frac{5}{4} \times \left(-\frac{7}{6} - \frac{3}{5} \right) = \frac{5}{4} \times \left(-\frac{7}{6} \right) - \frac{5}{4} \times \frac{3}{5}$$

$$(\text{ख}) \quad \frac{7}{4} \times \left(\frac{3}{10} - \frac{7}{9} \right) = \frac{7}{4} \times \frac{3}{10} - \frac{7}{4} \times \frac{7}{9}$$

$$\begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= \frac{7}{4} \times \left(\frac{3}{10} - \frac{7}{9} \right) \\ &= \frac{7}{4} \times \left(\frac{3 \times 9 - 7 \times 10}{90} \right) = \frac{7}{4} \times \left(\frac{27 - 70}{90} \right) \\ &= \frac{7}{4} \times \left(\frac{-43}{90} \right) = \frac{-301}{360} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दायाँ पक्ष} &= \frac{7}{4} \times \frac{3}{10} - \frac{7}{4} \times \frac{7}{9} \\ &= \frac{21}{40} - \frac{49}{36} = \frac{189 - 490}{360} = \frac{-301}{360} \end{aligned}$$

$$\therefore \quad \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\frac{7}{4} \times \left(\frac{3}{10} - \frac{7}{9} \right) = \frac{7}{4} \times \frac{3}{10} - \frac{7}{4} \times \frac{7}{9}$$

$$(\text{ग}) \quad \frac{5}{8} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{6}{7} \right) = \frac{5}{8} \times \frac{2}{5} - \frac{5}{8} \times \frac{6}{7}$$

$$\begin{aligned}\text{बायाँ पक्ष} &= \frac{5}{8} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{6}{7} \right) = \frac{5}{8} \times \left(\frac{2 \times 7 - 6 \times 5}{35} \right) \\ &= \frac{5}{8} \times \left(\frac{14 - 30}{35} \right) = \frac{5}{8} \times \left(\frac{-16}{35} \right) \\ &= \frac{-80}{280} = \frac{-2}{7}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दायाँ पक्ष} &= \frac{5}{8} \times \frac{2}{5} - \frac{5}{8} \times \frac{6}{7} = \frac{10}{40} - \frac{30}{56} = \frac{1}{4} - \frac{15}{28} \\ &= \frac{1 \times 7 - 15 \times 1}{28} = \frac{7 - 15}{28} = \frac{-8}{28} = \frac{-2}{7}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\therefore \frac{5}{8} \times \left(\frac{2}{5} - \frac{6}{7} \right) = \frac{5}{8} \times \frac{2}{5} - \frac{5}{8} \times \frac{6}{7}$$

$$(घ) \quad \frac{-3}{5} \times \left(\frac{4}{7} - \frac{5}{6} \right) = \frac{-3}{5} \times \frac{4}{7} - \left(\frac{-3}{5} \right) \times \frac{5}{6}$$

$$\begin{aligned}\text{बायाँ पक्ष} &= \frac{-3}{5} \times \left(\frac{4}{7} - \frac{5}{6} \right) = \frac{-3}{5} \times \left(\frac{4 \times 6 - 5 \times 7}{42} \right) \\ &= \frac{-3}{5} \times \left(\frac{24 - 35}{42} \right) = \frac{-3}{5} \times \left(\frac{-11}{42} \right) = \frac{33}{210} = \frac{11}{70}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दायाँ पक्ष} &= \frac{-3}{5} \times \frac{4}{7} - \left(\frac{-3}{5} \right) \times \frac{5}{6} = \frac{-12}{35} + \frac{15}{30} = \frac{-12}{35} + \frac{1}{2} \\ &= \frac{-12 \times 2 + 1 \times 35}{70} = \frac{-24 + 35}{70} = \frac{11}{70}\end{aligned}$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\frac{-3}{5} \times \left(\frac{4}{7} - \frac{5}{6} \right) = \frac{-3}{5} \times \frac{4}{7} - \left(\frac{-3}{5} \right) \times \frac{5}{6}$$

$$5. (क) \quad \frac{3}{4} \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम} = \frac{4}{3}$$

$$(ख) \quad -7 \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम} = \frac{-1}{7}$$

$$(ग) \quad 1 \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम} = 1$$

$$(घ) \quad \frac{1}{-7} \text{ का गुणात्मक प्रतिलोम} = -7$$

$$6. (क) \quad \begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= \frac{4}{3} \times \frac{6}{29} = \frac{4 \times 6}{3 \times 29} = \frac{8}{29} \\ \text{दायाँ पक्ष} &= \frac{6}{29} \times \frac{4}{3} = \frac{6 \times 4}{29 \times 3} = \frac{8}{29} \\ \therefore \quad \frac{4}{3} \times \frac{6}{29} &= \frac{6}{29} \times \frac{4}{3} \end{aligned}$$

यह गुणा का क्रम विनिमेय प्रगुण है।

$$(ख) \quad \begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= \frac{3}{7} \times \left(\frac{-14}{27} \right) = \frac{3 \times (-14)}{7 \times 27} = \frac{-2}{9} \\ \text{दायाँ पक्ष} &= \left(\frac{-14}{27} \right) \times \frac{3}{7} = \frac{-14 \times 3}{27 \times 7} = \frac{-2}{9} \\ \therefore \quad \frac{3}{7} \times \left(\frac{-14}{27} \right) &= \left(\frac{-14}{27} \right) \times \frac{3}{7} \end{aligned}$$

यह गुणा का क्रम विनिमेय प्रगुण है।

$$(ग) \quad \begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) = \frac{3}{4} \times \left(\frac{1 \times 3 - 2 \times 2}{6} \right) = \frac{3}{4} \times \left(\frac{3-4}{6} \right) \\ &= \frac{3}{4} \times \frac{-1}{6} = \frac{-3}{24} = \frac{-1}{8} \\ \text{दायाँ पक्ष} &= \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} = \frac{3}{8} - \frac{1}{2} = \frac{3-4}{8} = \frac{-1}{8} \\ \therefore \quad \frac{3}{4} \times \left(\frac{1}{2} - \frac{2}{3} \right) &= \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} - \frac{3}{4} \times \frac{2}{3} \end{aligned}$$

यह घटाव पर गुणन का वितरण नियम है।

$$(घ) \quad \begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= \frac{16}{15} \times \left(-\frac{5}{2} \times \frac{1}{2} \right) = \frac{16}{15} \times \left(-\frac{5}{4} \right) = \frac{-4}{3} \\ \text{दायाँ पक्ष} &= \left(\frac{16}{15} \times \frac{-5}{2} \right) \times \frac{1}{2} = \left(\frac{-8}{3} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{-4}{3} \\ \therefore \quad \frac{16}{15} \times \left(-\frac{5}{2} \times \frac{1}{2} \right) &= \left(\frac{16}{15} \times \frac{-5}{2} \right) \times \frac{1}{2} \end{aligned}$$

यह गुणा का साहचर्य नियम है।

$$7. (क) \quad \frac{3}{11} \div \frac{7}{22} = \frac{3}{11} \times \frac{22}{7} = \frac{3 \times 22}{11 \times 7} = \frac{6}{7}$$

$$(ख) \quad \frac{5}{9} \div \frac{15}{6} = \frac{5}{9} \times \frac{6}{15} = \frac{5 \times 6}{9 \times 15} = \frac{2}{9}$$

$$(ग) \quad \frac{15}{8} \div \frac{3}{4} = \frac{15}{8} \times \frac{4}{3} = \frac{15 \times 4}{8 \times 3} = \frac{5}{2}$$

$$(घ) \quad \frac{14}{11} \div \frac{28}{11} = \frac{14}{11} \times \frac{11}{28} = \frac{14 \times 11}{11 \times 28} = \frac{1}{2}$$

$$8. (x \div y) \times z \neq x \div (y \times z)$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = (x \div y) \times z$$

$$x = \frac{8}{15}, y = \frac{2}{3}, z = \frac{4}{10} \text{ रखने पर,}$$

$$= \left(\frac{8}{15} \div \frac{2}{3} \right) \times \frac{4}{10} = \left(\frac{8}{15} \times \frac{3}{2} \right) \times \frac{4}{10}$$

$$= \left(\frac{4}{5} \right) \times \frac{4}{10} = \frac{16}{50} = \frac{8}{25}$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = x \div (y \times z)$$

$$x = \frac{8}{15}, y = \frac{2}{3}, z = \frac{4}{10} \text{ रखने पर,}$$

$$= \frac{8}{15} \div \left(\frac{2}{3} \times \frac{4}{10} \right) = \frac{8}{15} \div \left(\frac{8}{30} \right)$$

$$= \frac{8}{15} \times \frac{30}{8} = 2$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} \neq \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\therefore (x \div y) \times z \neq x \div (y \times z)$$

$$9. (\text{क}) \frac{13}{5} \div \frac{26}{15} = \frac{26}{15} \div \frac{13}{5}$$

$$(\text{ख}) -7 \div \frac{4}{5} = \frac{4}{5} \div (-7)$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = \frac{13}{5} \div \frac{26}{15}$$

$$\text{बायाँ पक्ष} = -7 \div \frac{4}{5}$$

$$= \frac{13}{5} \times \frac{15}{26} = \frac{3}{2}$$

$$= -7 \times \frac{5}{4} = \frac{-35}{4}$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = \frac{26}{15} \div \frac{13}{5}$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = \frac{4}{5} \div (-7)$$

$$= \frac{26}{15} \times \frac{5}{13}$$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{1}{(-7)}$$

$$= \frac{2}{3}$$

$$= \frac{4}{5} \times \frac{-1}{7} = \frac{-4}{35}$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} \neq \text{दायाँ पक्ष}$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} \neq \text{दायाँ पक्ष}$$

अतः कथन असत्य है।

अतः कथन असत्य है।

$$(ग) \left(\frac{-4}{5}\right) \div \left(\frac{-6}{5}\right) = \left(\frac{-6}{5}\right) \div \left(\frac{-4}{5}\right) \quad (घ) \left(\frac{-6}{15}\right) \div \left(\frac{7}{30}\right) = \left(\frac{7}{30}\right) \div \left(\frac{-6}{15}\right)$$

$$\begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= \left(\frac{-4}{5}\right) \div \left(\frac{-6}{5}\right) \\ &= \left(\frac{-4}{5}\right) \times \left(\frac{-5}{6}\right) \\ &= \frac{20}{30} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= \left(\frac{-6}{15}\right) \div \left(\frac{7}{30}\right) \\ &= \left(\frac{-6}{15}\right) \times \left(\frac{30}{7}\right) \\ &= \frac{-12}{7} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दायाँ पक्ष} &= \left(\frac{-6}{5}\right) \div \left(\frac{-4}{5}\right) \\ &= \left(\frac{-6}{5}\right) \times \left(\frac{5}{-4}\right) \\ &= \frac{30}{20} = \frac{3}{2} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दायाँ पक्ष} &= \left(\frac{7}{30}\right) \div \left(\frac{-6}{15}\right) \\ &= \left(\frac{7}{30}\right) \times \left(\frac{-15}{6}\right) \\ &= \frac{-7}{12} \end{aligned}$$

∴ बायाँ पक्ष ≠ दायाँ पक्ष

∴ बायाँ पक्ष ≠ दायाँ पक्ष

अतः कथन असत्य है।

अतः कथन असत्य है।

$$10. \quad \frac{61}{12} + \frac{11}{3} = \frac{61 \times 1 + 11 \times 4}{12} = \frac{61 + 44}{12} = \frac{105}{12}$$

$$\frac{61}{12} - \frac{11}{3} = \frac{61 \times 1 - 11 \times 4}{12} = \frac{61 - 44}{12} = \frac{17}{12}$$

अब, $\frac{105}{12} \div \frac{17}{12} = \frac{105}{12} \times \frac{12}{17} = \frac{105}{17}$

11. माना $\frac{22}{7}$ में x से भाग दिया जाए।

$$\therefore \frac{22}{7} \div x = \frac{-11}{24} \quad \text{या} \quad \frac{22}{7} \times \frac{1}{x} = \frac{-11}{24}$$

$$\text{या} \quad x = \frac{22 \times 24}{7 \times (-11)} = \frac{-22 \times 24}{7 \times 11} = \frac{-48}{7}$$

अतः $\frac{-11}{24}$ को प्राप्त करने के लिए $\frac{22}{7}$ में $\frac{-48}{7}$ से भाग करना होगा।

12. माना दूसरी संख्या x है।

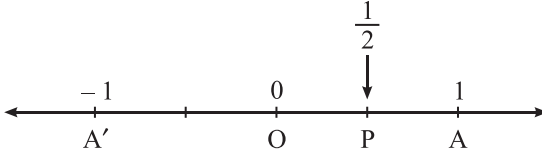
$$\therefore \frac{-8}{9} \times x = \frac{-80}{27}$$

$$\text{या} \quad x = \frac{-80 \times 9}{27 \times (-8)} = \frac{10}{3}$$

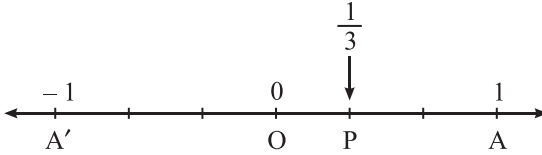
अतः दूसरी संख्या $\frac{10}{3}$ है।

अभ्यास 1.4

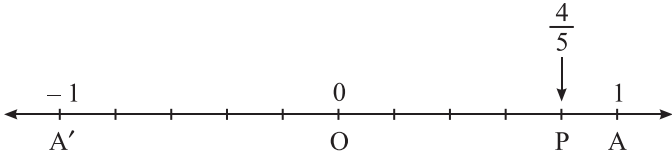
1. (क) $\frac{1}{2}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 2 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से पहले भाग पर, बिन्दु P पर $\frac{1}{2}$ को निरूपित किया जाएगा।



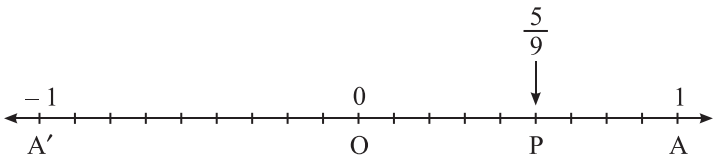
- (ख) $\frac{1}{3}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 3 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से पहले भाग पर, बिन्दु P पर $\frac{1}{3}$ को निरूपित किया जाएगा।



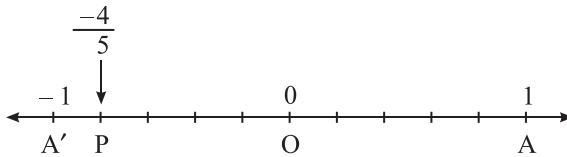
- (ग) $\frac{4}{5}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 5 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से चौथे भाग पर, बिन्दु P पर $\frac{4}{5}$ को निरूपित किया जाएगा।



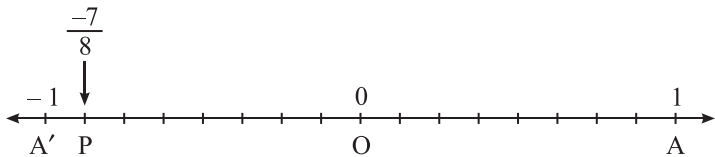
- (घ) $\frac{5}{9}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 9 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से पाँचवें भाग पर, बिन्दु P पर $\frac{5}{9}$ को निरूपित किया जाएगा।



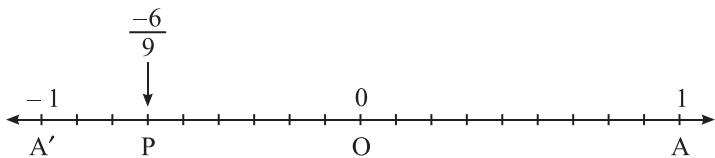
2. (क) $\frac{-4}{5}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 5 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से चौथे भाग पर, बिन्दु P पर $\frac{-4}{5}$ को निरूपित किया जाएगा।



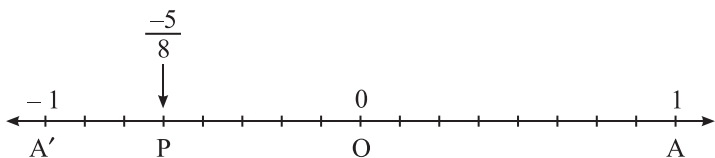
- (ख) $\frac{-7}{8}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 8 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से सातवें भाग पर, बिन्दु P पर $\frac{-7}{8}$ को निरूपित किया जाएगा।



- (ग) $\frac{-6}{9}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 9 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से छठे भाग पर, बिन्दु P पर $\frac{-6}{9}$ को निरूपित किया जाएगा।



- (घ) $-\frac{5}{8}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 8 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से पाँचवे भाग पर, बिन्दु P पर $-\frac{5}{8}$ को निरूपित किया जाएगा।



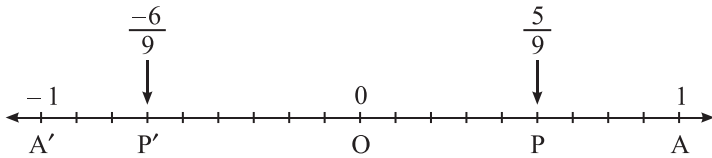
$$3. (क) -\frac{5}{7} \text{ का निरपेक्ष मान} = \left| -\frac{5}{7} \right| = \frac{|-5|}{|7|} = \frac{5}{7}$$

$$(ख) \frac{2}{9} \text{ का निरपेक्ष मान} = \left| \frac{2}{9} \right| = \frac{|2|}{|9|} = \frac{2}{9}$$

$$(ग) \frac{-6}{-7} \text{ का निरपेक्ष मान} = \left| \frac{-6}{-7} \right| = \frac{|-6|}{|-7|} = \frac{6}{7}$$

$$(घ) \frac{7}{-5} \text{ का निरपेक्ष मान} = \left| \frac{7}{-5} \right| = \frac{|7|}{|5|} = \frac{7}{5}$$

4. $\frac{5}{9}$ और $-\frac{6}{9}$ को मिश्रित भिन्न के रूप में व्यक्त नहीं किया जा सकता है। हम इकाई खण्ड को 9 बराबर भागों में बाँटते हैं, जिसमें शून्य से पाँचवे भाग पर, P बिन्दु पर $\frac{5}{9}$ को तथा शून्य से छठे भाग पर, बिन्दु P' पर $-\frac{6}{9}$ को निरूपित किया जाएगा।



5. (क) असत्य (ख) असत्य (ग) असत्य (घ) सत्य (ङ) सत्य
(च) असत्य (छ) सत्य

अभ्यास 1.5

1. (क) $\frac{-4}{11}$ और $\frac{3}{11}$ के हर बराबर हैं। (ख) $\frac{-5}{8}$ और $\frac{3}{4}$ के हर बराबर करने पर,

$$\therefore -4 < 3 \qquad \frac{-5}{8}, \frac{3 \times 2}{4 \times 2} \text{ या } \frac{-5}{8}, \frac{6}{8}$$

$$\therefore \frac{-4}{11} < \frac{3}{11} \qquad \therefore -5 < 6$$

$$\text{अतः परिमेय संख्या } \frac{3}{11} \text{ बड़ी है।} \qquad \therefore \frac{-5}{8} < \frac{6}{8} \text{ या } \frac{-5}{8} < \frac{3}{4}$$

$$\text{अतः परिमेय संख्या } \frac{3}{4} \text{ बड़ी है।}$$

- (ग) $\frac{-7}{12}$ और $\frac{5}{-8}$ के हर बराबर करने पर, (घ) $\frac{-4}{9}$ और $\frac{-3}{-7}$ के हर बराबर करने पर,

$$\frac{-7 \times 2}{12 \times 2}, \frac{5 \times (-3)}{-8 \times (-3)} \text{ या } \frac{-14}{24}, \frac{-15}{24} \qquad \frac{-4 \times 7}{9 \times 7}, \frac{-3 \times (-9)}{-7 \times (-9)} \text{ या } \frac{-28}{63}, \frac{27}{63}$$

$$\therefore -14 > -15$$

$$\therefore -28 < 27$$

$$\therefore \frac{-14}{24} > \frac{-15}{24} \text{ या } \frac{-7}{12} > \frac{5}{-8}$$

अतः परिमेय संख्या $\frac{-7}{12}$ बड़ी है।

$$\therefore \frac{-28}{63} < \frac{27}{63} \text{ या } \frac{-4}{9} < \frac{-3}{-7}$$

अतः परिमेय संख्या $\frac{-3}{-7}$ बड़ी है।

2. (क) $\frac{-4}{7}$ और $\frac{5}{-7}$ के हर बराबर करने पर, (ख) $\frac{6}{13}$ और $\frac{-7}{-13}$ के हर बराबर करने पर,

$$\frac{-4}{7}, \frac{5 \times (-1)}{-7 \times (-1)} \text{ या } \frac{-4}{7}, \frac{-5}{7}$$

$$\therefore -4 > -5$$

$$\therefore \frac{-4}{7} > \frac{-5}{7} \text{ या } \frac{-4}{7} > \frac{5}{-7}$$

अतः परिमेय संख्या $\frac{5}{-7}$ छोटी है।

$$\frac{6}{13}, \frac{-7 \times (-1)}{-13 \times (-1)} \text{ या } \frac{6}{13}, \frac{7}{13}$$

$$\therefore 6 < 7$$

$$\therefore \frac{6}{13} < \frac{7}{13} \text{ या } \frac{6}{13} < \frac{-7}{-13}$$

अतः परिमेय संख्या $\frac{6}{13}$ छोटी है।

(ग) $\frac{16}{-5}$ और 3 के हर बराबर करने पर, (घ) $\frac{4}{-3}$ और $\frac{-8}{7}$ के हर बराबर करने पर,

$$\frac{16 \times (-1)}{-5 \times (-1)}, \frac{3 \times 5}{1 \times 5} \text{ या } \frac{-16}{5}, \frac{15}{5}$$

$$\therefore -16 < 15$$

$$\therefore \frac{-16}{5} < \frac{15}{5} \text{ या } \frac{16}{-5} < 3$$

अतः परिमेय संख्या $\frac{16}{-5}$ छोटी है।

$$\frac{4 \times (-7)}{-3 \times (-7)}, \frac{-8 \times 3}{7 \times 3} \text{ या } \frac{-28}{21}, \frac{-24}{21}$$

$$\therefore -28 < -24$$

$$\therefore \frac{-28}{21} < \frac{-24}{21} \text{ या } \frac{4}{-3} < \frac{-8}{7}$$

अतः परिमेय संख्या $\frac{4}{-3}$ छोटी है।

3. (क) $\frac{3}{-2}, \frac{3}{8}, \frac{-7}{4}, \frac{1}{10}$

सभी परिमेय संख्याओं के हर बराबर करने पर,

$$\therefore 2, 8, 4, 10 \text{ का ल.सं.} = 40$$

$$\therefore \frac{3 \times (-20)}{-2 \times (-20)}, \frac{3 \times 5}{8 \times 5}, \frac{-7 \times 10}{4 \times 10}, \frac{1 \times 4}{10 \times 4}$$

$$= \frac{-60}{40}, \frac{15}{40}, \frac{-70}{40}, \frac{4}{40}$$

$$\therefore -70 < -60 < 4 < 15$$

$$\therefore \frac{-70}{40} < \frac{-60}{40} < \frac{4}{40} < \frac{15}{40}$$

$$\text{या } \frac{-7}{4} < \frac{3}{-2} < \frac{1}{10} < \frac{3}{8}$$

अतः आरोही क्रम $\frac{-7}{4}, \frac{3}{-2}, \frac{1}{10}, \frac{3}{8}$ है।

$$(ख) \frac{3}{5}, \frac{-7}{10}, \frac{1}{2}, \frac{8}{-15}$$

सभी परिमेय संख्याओं के हर बराबर करने पर,

$$\therefore 5, 10, 2, 15 \text{ का ल०स०} = 30$$

$$\therefore \frac{3 \times 6}{5 \times 6}, \frac{-7 \times 3}{10 \times 3}, \frac{1 \times 15}{2 \times 15}, \frac{8 \times (-2)}{-15 \times (-2)}$$

$$= \frac{18}{30}, \frac{-21}{30}, \frac{15}{30}, \frac{-16}{30}$$

$$\therefore -21 < -16 < 15 < 18$$

$$\therefore \frac{-21}{30} < \frac{-16}{30} < \frac{15}{30} < \frac{18}{30}$$

$$\text{या} \quad \frac{-7}{10} < \frac{8}{-15} < \frac{1}{2} < \frac{3}{5}$$

$$\text{अतः आरोही क्रम } \frac{-7}{10}, \frac{8}{-15}, \frac{1}{2}, \frac{3}{5} \text{ है।}$$

$$4. (क) \frac{-7}{2}, \frac{2}{-3}, \frac{5}{6}, \frac{2}{3}$$

सभी परिमेय संख्याओं के हर बराबर करने पर,

$$\therefore 2, 3, 6, 3 \text{ का ल०स०} = 6$$

$$\therefore \frac{-7 \times 3}{2 \times 3}, \frac{2 \times (-2)}{-3 \times (-2)}, \frac{5 \times 1}{6 \times 1}, \frac{2 \times 2}{3 \times 2}$$

$$= \frac{-21}{6}, \frac{-4}{6}, \frac{5}{6}, \frac{4}{6}$$

$$\therefore 5 > 4 > -4 > -21$$

$$\therefore \frac{5}{6} > \frac{4}{6} > \frac{-4}{6} > \frac{-21}{6}$$

$$\text{या} \quad \frac{5}{6} > \frac{2}{3} > \frac{2}{-3} > \frac{-7}{2}$$

$$\text{अतः अवरोही क्रम } \frac{5}{6}, \frac{2}{3}, \frac{2}{-3}, \frac{-7}{2} \text{ है।}$$

$$(ख) \frac{-15}{27}, \frac{8}{9}, 0, \frac{13}{45} \quad \text{या} \quad \frac{-15}{27}, \frac{8}{9}, \frac{0}{1}, \frac{13}{45}$$

सभी परिमेय संख्याओं के हर बराबर करने पर,

$$\therefore 27, 9, 1, 45 \text{ का ल०स०} = 135$$

$$\therefore \frac{-15 \times 5}{27 \times 5}, \frac{8 \times 15}{9 \times 15}, \frac{0 \times 135}{1 \times 135}, \frac{13 \times 3}{45 \times 3}$$

$$= \frac{-75}{135}, \frac{120}{135}, \frac{0}{135}, \frac{39}{135}$$

$$\therefore 120 > 39 > 0 > -75$$

$$\therefore \frac{120}{135} > \frac{39}{135} > \frac{0}{135} > \frac{-75}{135}$$

$$\text{या } \frac{8}{9} > \frac{13}{45} > 0 > \frac{-15}{27}$$

अतः अवरोही क्रम $\frac{8}{9}, \frac{13}{45}, 0, \frac{-15}{27}$ है।

5. $\frac{1}{5}$ तथा $\frac{1}{3}$ के बीच स्थित पहली परिमेय संख्या

$$= \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{3} \right) \div 2 = \left(\frac{3+5}{15} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{8}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{4}{15}$$

$$\therefore \frac{1}{5} < \frac{4}{15} < \frac{1}{3}$$

अब $\frac{4}{15}$ और $\frac{1}{3}$ के बीच स्थित परिमेय संख्या ज्ञात करेंगे।

$\frac{4}{15}$ और $\frac{1}{3}$ के बीच स्थित दूसरी परिमेय संख्या

$$= \left(\frac{4}{15} + \frac{1}{3} \right) \div 2 = \left(\frac{4+5}{15} \right) \times \frac{1}{2}$$

$$= \frac{9}{15} \times \frac{1}{2} = \frac{9}{30} = \frac{3}{10}$$

$$\therefore \frac{1}{5} < \frac{4}{15} < \frac{3}{10} < \frac{1}{3}$$

अतः $\frac{1}{5}$ और $\frac{1}{3}$ के बीच स्थित दो परिमेय संख्याएँ $\frac{4}{15}$ तथा $\frac{3}{10}$ हैं।

6. $\frac{-1}{3}$ तथा $\frac{-1}{2}$ के बीच स्थित पहली परिमेय संख्या

$$= \left[\frac{-1}{3} + \left(\frac{-1}{2} \right) \right] \div 2 = \left(\frac{-1-1}{3 \ 2} \right) \times \frac{1}{2} = \left(\frac{-2-3}{6} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{-5}{6} \times \frac{1}{2} = \frac{-5}{12}$$

$$\therefore \frac{-1}{3} < \frac{-5}{12} < \frac{-1}{2}$$

$\frac{-1}{3}$ और $\frac{-5}{12}$ के बीच स्थित दूसरी परिमेय संख्या

$$= \left[\frac{-1}{3} + \left(\frac{-5}{12} \right) \right] \div 2 = \left(\frac{-1-5}{3 \ 12} \right) \times \frac{1}{2} = \left(\frac{-4-5}{12} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{-9}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{-9}{24} = -\frac{3}{8}$$

$$\therefore \frac{-1}{3} < \frac{-3}{8} < \frac{-5}{12} < \frac{-1}{2}$$

$-\frac{5}{12}$ और $-\frac{1}{2}$ के बीच स्थित तीसरी परिमेय संख्या

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{-5}{12} - \frac{1}{2} \right) \div 2 = \left(\frac{-5-6}{12} \right) \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{-11}{12} \times \frac{1}{2} = \frac{-11}{24} \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{-1}{3} < \frac{-3}{8} < \frac{-5}{12} < \frac{-11}{24} < \frac{-1}{2}$$

अतः $-\frac{1}{3}$ और $-\frac{1}{2}$ के बीच स्थित तीन परिमेय संख्याएँ $-\frac{3}{8}$, $-\frac{5}{12}$ तथा $-\frac{11}{24}$ हैं।

7. -6 और $\frac{4}{5}$ के बीच स्थित पहली परिमेय संख्या

$$= \left(-6 + \frac{4}{5} \right) \div 2 = \left(\frac{-30+4}{5} \right) \times \frac{1}{2} = -\frac{26}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{-13}{5}$$

$$\therefore -6 < \frac{-13}{5} < \frac{4}{5}$$

-6 और $-\frac{13}{5}$ के बीच स्थित दूसरी परिमेय संख्या

$$= \left[-6 + \left(-\frac{13}{5} \right) \right] \div 2 = \left(\frac{-30-13}{5} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{-43}{10}$$

$$-6 < \frac{-43}{10} < \frac{-13}{5} < \frac{4}{5}$$

$-\frac{13}{5}$ और $\frac{4}{5}$ के बीच स्थित तीसरी परिमेय संख्या

$$= \left(\frac{-13}{5} + \frac{4}{5} \right) \div 2 = \left(\frac{-13+4}{5} \right) \times \frac{1}{2} = \frac{-9}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{-9}{10}$$

$$\therefore -6 < \frac{-43}{10} < \frac{-13}{5} < \frac{-9}{10} < \frac{4}{5}$$

$-\frac{9}{10}$ और $\frac{4}{5}$ के बीच स्थित चौथी परिमेय संख्या

$$\begin{aligned} &= \left(\frac{-9}{10} + \frac{4}{5} \right) \div 2 = \left(\frac{-9+8}{10} \right) \times \frac{1}{2} = \left(\frac{-1}{10} \right) \times \frac{1}{2} \\ &= \frac{-1}{10} \times \frac{1}{2} = \frac{-1}{20} \end{aligned}$$

$$\therefore -6 < \frac{-43}{10} < \frac{-13}{5} < \frac{-9}{10} < \frac{-1}{20} < \frac{4}{5}$$

अतः -6 और $\frac{4}{5}$ के बीच स्थित चार परिमेय संख्याएँ $-\frac{43}{10}$, $-\frac{13}{5}$, $-\frac{9}{10}$ तथा $-\frac{1}{20}$ हैं।

8. (क) परिमेय संख्याओं $\frac{6}{8}$ और $\frac{7}{8}$ को $\frac{60}{80}$ और $\frac{70}{80}$ के रूप में भी लिखा जा सकता

है।

∴ दोनों संख्याओं के हर समान हैं।

∴ $\frac{6}{8}$ और $\frac{7}{8}$ के बीच स्थिति पाँच परिमेय संख्याएँ $\frac{61}{80}, \frac{62}{80}, \frac{63}{80}, \frac{64}{80}, \frac{65}{80}$ हैं।

(ख) ∴ दोनों संख्याओं के हर समान हैं।

∴ $\frac{591}{700}$ और $\frac{599}{700}$ के बीच में स्थिति पाँच परिमेय संख्याएँ

$\frac{592}{700}, \frac{593}{700}, \frac{594}{700}, \frac{595}{700}, \frac{596}{700}$ हैं।

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (स) 2. (स) 3. (अ) 4. (स) 5. (ब)

बौद्धिक गणित

$$1. -1 \times \frac{-2}{5} = \frac{-1 \times (-2)}{5} = \frac{2}{5}$$

$$\therefore \frac{2}{5} \times \frac{5}{2} = \frac{10}{10} = 1$$

∴ $-1 \times \frac{-2}{5}$ का गुणात्मक प्रतिलोम $\frac{5}{2}$ है।

2. -2 से बड़ी पाँच परिमेय संख्याएँ हैं—

-1, 0, 1, 2, 3

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

$$1. \frac{-10}{11}, \frac{-19}{22}, \frac{-23}{33}, \frac{-39}{44}$$

सभी परिमेय संख्याओं के हर बराबर करने पर,

∴ 11, 22, 33, 44 का ल०स० = 132

$$\therefore \frac{-10 \times 12}{11 \times 12}, \frac{-19 \times 6}{22 \times 6}, \frac{-23 \times 4}{33 \times 4}, \frac{-39 \times 3}{44 \times 3}$$

$$= \frac{-120}{132}, \frac{-114}{132}, \frac{-92}{132}, \frac{-117}{132}$$

∴ $-92 > -114 > -117 > -120$ (अवरोही क्रम में व्यवस्थित करने पर)

$$\therefore \frac{-92}{132} > \frac{-114}{132} > \frac{-117}{132} > \frac{-120}{132}$$

या $\frac{-23}{33} > \frac{-19}{22} > \frac{-39}{44} > \frac{-10}{11}$

अतः परिमेय संख्या $\frac{-23}{33}$ सबसे बड़ी है।

2. -1 और 0 के मध्य अन्तर = $0 - (-1) = 0 + 1 = 1$

तीन परिमेय संख्याएँ ज्ञात करने के लिए अन्तर 3 से एक अधिक = 4 होना चाहिए।

इसलिए, हम -1 और 0 को $\frac{-1 \times 4}{4} = \frac{-4}{4}$ और $\frac{0 \times 4}{4} = \frac{0}{4}$ रखते हैं।

$\frac{-4}{4}$ और $\frac{0}{4}$ अर्थात् -1 और 0 के मध्य तीन परिमेय संख्याएँ $\frac{-3}{4}, \frac{-2}{4}, \frac{-1}{4}$ हैं।



घातांक

अभ्यास 2.1

- (क) $(-3)^6 = (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)$

(ख) $(5)^8 = 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5$

(ग) $(-11)^7 = (-11) \times (-11) \times (-11) \times (-11) \times (-11) \times (-11) \times (-11)$

(घ) $(19)^9 = 19 \times 19 \times 19 \times 19 \times 19 \times 19 \times 19 \times 19 \times 19$
- (क) $(-6)^3 = (-6) \times (-6) \times (-6) = -216$

(ख) $(-2)^6 = (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) = 64$

(ग) $(-8)^4 = (-8) \times (-8) \times (-8) \times (-8) = 4096$

(घ) $(-3)^3 = (-3) \times (-3) \times (-3) = -27$
- (क) $(-6)^6$ का आधार -6 तथा घात 6 है।

(ख) 15^8 का आधार 15 तथा घात 8 है।

(ग) $(-20)^5$ का आधार -20 तथा घात 5 है।

(घ) 28^{29} का आधार 28 तथा घात 29 है।
- (क) $(-1)^{70} = 1$ (\because घात सम संख्या में है।)

(ख) $(-1)^{89} = -1$ (\because घात विषम संख्या में है।)

(ग) $(-29)^1 = -29$

(घ) $(-25)^2 = (-25) \times (-25) = 625$
- (क) $(-4)^7 \times (-3)^3 = (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)$
 $\times (-3) \times (-3) \times (-3)$
 $= -16384 \times (-27)$
 $= 442368$

$$\begin{aligned} \text{(ख)} \quad (-5)^9 \div (-5)^6 \\ = \frac{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)}{(-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5)} \end{aligned}$$

$$= (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$$

$$\begin{aligned} \text{(ग)} \quad (-6)^3 \times (-3)^5 \div 2^6 \\ = \frac{(-6) \times (-6) \times (-6) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3) \times (-3)}{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2} \end{aligned}$$

$$= \frac{6561}{8}$$

$$\begin{aligned} \text{(घ)} \quad (3^{12} \div 3^8) \times 3^4 \\ = \left(\frac{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} \right) \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \end{aligned}$$

$$= (3 \times 3 \times 3 \times 3) \times 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$= 6561$$

$$6. \text{(क)} \quad (-4) \times (-4) \times (-4) = (-4)^3$$

$$\text{(ख)} \quad (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) \times (-5) = (-5)^5$$

$$\text{(ग)} \quad (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) \times (-7) = (-7)^7$$

$$\text{(घ)} \quad 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 \times 9 = 9^9$$

अभ्यास 2.2

$$1. \text{(क)} \quad \left(\frac{3}{7}\right)^2 = \frac{3^2}{7^2} = \frac{3 \times 3}{7 \times 7} = \frac{9}{49}$$

$$\text{(ख)} \quad \left(\frac{6}{5}\right)^4 = \frac{6^4}{5^4} = \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6}{5 \times 5 \times 5 \times 5} = \frac{1296}{625}$$

$$\text{(ग)} \quad \left(-\frac{2}{3}\right)^5 = \frac{(-2)^5}{3^5} = \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{-32}{243}$$

$$\text{(घ)} \quad \left(\frac{-7}{3}\right)^2 = \frac{(-7)^2}{3^2} = \frac{(-7) \times (-7)}{3 \times 3} = \frac{49}{9}$$

$$2. \text{(क)} \quad \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} = \frac{2^3}{3^3} = \left(\frac{2}{3}\right)^3$$

$$\text{(ख)} \quad \left(-\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{5}{9}\right) \times \left(-\frac{5}{9}\right) = \frac{(-5)^4}{9^4} = \left(-\frac{5}{9}\right)^4$$

$$\text{(ग)} \quad \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) \times \left(\frac{-3}{4}\right) = \frac{(-3)^6}{4^6} = \left(\frac{-3}{4}\right)^6$$

$$(घ) \left(\frac{-61}{73}\right) \times \left(\frac{-61}{73}\right) \times \left(\frac{-61}{73}\right) \times \left(\frac{-61}{73}\right) \times \left(\frac{-61}{73}\right) = \frac{(-61)^5}{73^5} = \left(\frac{-61}{73}\right)^5$$

$$3. (क) \left(\frac{4}{5}\right)^5 \times \left(\frac{1}{4}\right)^3 = \frac{4^5}{5^5} \times \frac{1^3}{4^3} = \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4}{5 \times 5 \times 5 \times 5 \times 5} \times \frac{1 \times 1 \times 1}{4 \times 4 \times 4} = \frac{16}{3125}$$

$$(ख) \left(-\frac{4}{3}\right)^4 \times \left(-\frac{3}{2}\right)^3 = \frac{(-4)^4}{3^4} \times \frac{(-3)^3}{2^3}$$

$$= \frac{(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)}{3 \times 3 \times 3 \times 3} \times \frac{(-3) \times (-3) \times (-3)}{2 \times 2 \times 2}$$

$$= \frac{-32}{3}$$

$$(ग) \left(\frac{2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{4}\right)^2 \times \left(\frac{3}{5}\right)^2 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} \times \frac{(-3) \times (-3)}{4 \times 4} \times \frac{3 \times 3}{5 \times 5}$$

$$= \frac{(-1) \times (-1)}{5 \times 5} = \frac{1}{25}$$

$$(घ) \left(\frac{6}{7}\right)^3 \times \left(\frac{7}{6}\right)^2 \times \left(\frac{-6}{8}\right)^3 = \frac{6 \times 6 \times 6}{7 \times 7 \times 7} \times \frac{7 \times 7}{6 \times 6} \times \frac{(-6) \times (-6) \times (-6)}{8 \times 8 \times 8}$$

$$= \frac{6}{7} \times \frac{(-6) \times (-6) \times (-6)}{8 \times 8 \times 8}$$

$$= \frac{3 \times (-3) \times (-3) \times (-3)}{7 \times 4 \times 8}$$

$$= \frac{-81}{224}$$

$$4. (क) \frac{9}{64} = \frac{3^2}{8^2} = \left(\frac{3}{8}\right)^2 \quad (ख) \frac{-8}{729} = \frac{(-2)^3}{(9)^3} = \left(\frac{-2}{9}\right)^3$$

$$(ग) \frac{49}{25} = \frac{7^2}{5^2} = \left(\frac{7}{5}\right)^2 \quad (घ) \frac{625}{14641} = \frac{5^4}{11^4} = \left(\frac{5}{11}\right)^4$$

$$5. (क) \left(-\frac{4}{5}\right)^4 \times \left(\frac{15}{8}\right)^2 = \frac{(-4)^4}{5^4} \times \frac{15^2}{8^2}$$

$$= \frac{(-4) \times (-4) \times (-4) \times (-4)}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \times \frac{15 \times 15}{8 \times 8}$$

$$= \frac{36}{25}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ख)} \quad (-9)^3 \times \left(\frac{4}{9}\right)^4 &= (-9)^3 \times \frac{4^4}{9^4} \\
 &= (-9) \times (-9) \times (-9) \times \frac{4 \times 4 \times 4 \times 4}{9 \times 9 \times 9 \times 9} \\
 &= -\frac{256}{9}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ग)} \quad \left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-3}{4}\right)^3 &= \frac{(-2)^4}{3^4} \times \frac{(-3)^3}{4^3} \\
 &= \frac{(-2) \times (-2) \times (-2) \times (-2)}{3 \times 3 \times 3 \times 3} \times \frac{(-3) \times (-3) \times (-3)}{4 \times 4 \times 4} \\
 &= \frac{-1}{12}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(घ)} \quad \left(\frac{-1}{2}\right)^3 \times 2^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2 &= \frac{(-1)^3}{2^3} \times 2^3 \times \frac{(3)^2}{4^2} \\
 &= \frac{(-1) \times (-1) \times (-1)}{2 \times 2 \times 2} \times 2 \times 2 \times 2 \times \frac{3 \times 3}{4 \times 4} \\
 &= \frac{-9}{16}
 \end{aligned}$$

$$6. \text{ (क)} \quad (-2)^5 \text{ का व्युत्क्रम} = \left(\frac{1}{-2}\right)^5 = \left(\frac{-1}{2}\right)^5$$

$$\text{(ख)} \quad (-1)^7 \text{ का व्युत्क्रम} = \left(\frac{1}{-1}\right)^7$$

$$\text{(ग)} \quad \left(\frac{3}{5}\right)^4 \text{ का व्युत्क्रम} = \left(\frac{5}{3}\right)^4$$

$$\text{(घ)} \quad \left(-\frac{7}{4}\right)^{108} \text{ का व्युत्क्रम} = \left(-\frac{4}{7}\right)^{108}$$

$$\begin{aligned}
 7. \text{ (क)} \quad \left(-\frac{1}{2}\right)^4 \times \left(-\frac{2}{3}\right)^3 &= \frac{(-1)^4}{2^4} \times \frac{(-2)^3}{3^3} \\
 &= \frac{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)}{2 \times 2 \times 2 \times 2} \times \frac{(-2) \times (-2) \times (-2)}{3 \times 3 \times 3} \\
 &= \frac{-1}{54}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ख)} \quad \left(-\frac{1}{5}\right)^4 \times \left(\frac{125}{8}\right)^2 \times \left(\frac{-4}{125}\right) \\
 &= \frac{(-1)^4}{5^4} \times \frac{(125)^2}{8^2} \times \frac{(-4)}{125}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \times \frac{125 \times 125}{8 \times 8} \times \frac{(-4)}{125} \\
&= \frac{1}{5 \times 5 \times 5 \times 5} \times \frac{125}{8 \times 8} \times (-4) \\
&= \frac{1}{5} \times \frac{1}{8 \times 8} \times (-4) = \frac{-1}{80}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\text{ग}) \quad (9^2 - 4^3) \times \frac{17}{9} \times \left(\frac{-3}{17}\right)^3 \\
&= (9 \times 9 - 4 \times 4 \times 4) \times \frac{17}{9} \times \frac{(-3) \times (-3) \times (-3)}{17 \times 17 \times 17} \\
&= (81 - 64) \times \frac{(-3)}{17 \times 17} = \frac{17 \times (-3)}{17 \times 17} = \frac{-3}{17}
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\text{घ}) \quad \left[\left(-\frac{3}{5}\right)^3 + \frac{7}{25} \right] \div \left(\frac{2}{5}\right)^3 &= \left[\frac{(-3) \times (-3) \times (-3)}{5 \times 5 \times 5} + \frac{7}{25} \right] \times \frac{5^3}{2^3} \\
&= \left(\frac{-27}{125} + \frac{7}{25} \right) \times \frac{125}{8} \\
&= \left(\frac{-27 + 35}{125} \right) \times \frac{125}{8} = \frac{8}{125} \times \frac{125}{8} = 1
\end{aligned}$$

अभ्यास 2.3

$$1. \text{ (क) } \left(\frac{5}{9}\right)^3 = \frac{5^3}{9^3} = \frac{5 \times 5 \times 5}{9 \times 9 \times 9} = \frac{125}{729}$$

$$\text{(ख) } \left(\frac{-1}{4}\right)^5 = \frac{(-1)^5}{4^5} = \frac{(-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1) \times (-1)}{4 \times 4 \times 4 \times 4 \times 4} = \frac{-1}{1024}$$

$$\text{(ग) } \left(\frac{-2}{7}\right)^2 = \frac{(-2)^2}{7^2} = \frac{(-2) \times (-2)}{7 \times 7} = \frac{4}{49}$$

$$\text{(घ) } \left(\frac{7}{-9}\right)^3 = \left(\frac{-7}{9}\right)^3 = \frac{(-7)^3}{9^3} = \frac{(-7) \times (-7) \times (-7)}{9 \times 9 \times 9} = \frac{-343}{729}$$

$$2. \text{ (क) } \left(\frac{-2}{3}\right)^4 \times \left(\frac{-2}{3}\right)^5 = \left(\frac{-2}{3}\right)^{4+5} = \left(\frac{-2}{3}\right)^9$$

$$\text{(ख) } \left(\frac{2}{-5}\right)^6 \times \left(\frac{2}{-5}\right)^2 = \left(\frac{2}{-5}\right)^{6+2} = \left(\frac{2}{-5}\right)^8$$

$$\text{(ग) } \left(\frac{5}{6}\right)^6 \times \left(\frac{5}{6}\right)^4 = \left(\frac{5}{6}\right)^{6+4} = \left(\frac{5}{6}\right)^{10}$$

$$(घ) \left(\frac{3}{7}\right)^2 \times \left(\frac{3}{7}\right)^5 \times \left(\frac{3}{7}\right)^3 = \left(\frac{3}{7}\right)^{2+5+3} = \left(\frac{3}{7}\right)^{10}$$

$$(ङ) \left(\frac{5}{11}\right)^6 \div \left(\frac{5}{11}\right)^4 = \left(\frac{5}{11}\right)^{6-4} = \left(\frac{5}{11}\right)^2$$

$$(च) \left(\frac{11}{19}\right)^{11} \div \left(\frac{11}{19}\right)^8 = \left(\frac{11}{19}\right)^{11-8} = \left(\frac{11}{19}\right)^3$$

$$(छ) \left(\frac{1}{4}\right)^{18} \div \left(\frac{1}{4}\right)^{12} = \left(\frac{1}{4}\right)^{18-12} = \left(\frac{1}{4}\right)^6$$

$$(ज) \left(\frac{-4}{9}\right)^7 \div \left(\frac{-4}{9}\right)^5 = \left(\frac{-4}{9}\right)^{7-5} = \left(\frac{-4}{9}\right)^2$$

$$3. (क) \left(\frac{6}{7}\right)^3 \div \left(\frac{6}{7}\right)^5 = \frac{1}{\left(\frac{6}{7}\right)^{5-3}} = \frac{1}{\left(\frac{6}{7}\right)^2} = \left(\frac{7}{6}\right)^2 = \frac{7^2}{6^2} = \frac{7 \times 7}{6 \times 6} = \frac{49}{36}$$

$$(ख) \left(\frac{-4}{5}\right)^2 \div \left(\frac{-4}{5}\right)^3 = \frac{1}{\left(\frac{-4}{5}\right)^{3-2}} = \frac{1}{\frac{-4}{5}} = \frac{5}{-4} = \frac{-5}{4}$$

$$(ग) \left(\frac{11}{14}\right)^4 \div \left(\frac{11}{14}\right)^6 = \frac{1}{\left(\frac{11}{14}\right)^{6-4}} = \frac{1}{\left(\frac{11}{14}\right)^2} = \left(\frac{14}{11}\right)^2$$

$$= \frac{14^2}{11^2} = \frac{14 \times 14}{11 \times 11} = \frac{196}{121}$$

$$(घ) \left(\frac{-7}{9}\right)^6 \div \left(\frac{-7}{9}\right)^9 = \frac{1}{\left(\frac{-7}{9}\right)^{9-6}} = \frac{1}{\left(\frac{-7}{9}\right)^3} = \left(\frac{9}{-7}\right)^3 = \left(\frac{-9}{7}\right)^3$$

$$= \frac{-9^3}{7^3} = \frac{(-9) \times (-9) \times (-9)}{7 \times 7 \times 7} = \frac{-729}{343}$$

$$4. (क) \left(\frac{6}{11}\right)^6 \div \left(\frac{6}{11}\right)^{4+2} = \left(\frac{6}{11}\right)^6 \div \left(\frac{6}{11}\right)^6 = \left(\frac{6}{11}\right)^{6-6} = \left(\frac{6}{11}\right)^0 = 1$$

$$(ख) \left(\frac{21}{16}\right)^4 \div \left(\frac{3}{8} \times \frac{7}{2}\right)^4 = \left(\frac{21}{16}\right)^4 \div \left(\frac{21}{16}\right)^4 = \left(\frac{21}{16}\right)^{4-4} = \left(\frac{21}{16}\right)^0 = 1$$

$$(ग) \left(\frac{5}{9}\right)^5 \div \left(\frac{5}{9}\right)^{9-4} = \left(\frac{5}{9}\right)^5 \div \left(\frac{5}{9}\right)^5 = \left(\frac{5}{9}\right)^{5-5} = \left(\frac{5}{9}\right)^0 = 1$$

$$(घ) \left(\frac{4}{5} \times \frac{3}{5}\right)^6 \div \left(\frac{12}{25}\right)^{2+4} = \left(\frac{12}{25}\right)^6 \div \left(\frac{12}{25}\right)^6 = \left(\frac{12}{25}\right)^{6-6} = \left(\frac{12}{25}\right)^0 = 1$$

$$5. (क) \left[\left(\frac{5}{3}\right)^3\right]^5 \times \left[\left(\frac{5}{3}\right)^4\right]^2 = \left(\frac{5}{3}\right)^{3 \times 5} \times \left(\frac{5}{3}\right)^{4 \times 2} = \left(\frac{5}{3}\right)^{15} \times \left(\frac{5}{3}\right)^8 \\ = \left(\frac{5}{3}\right)^{15+8} = \left(\frac{5}{3}\right)^{23}$$

$$(ख) \left[\left(\frac{3}{13}\right)^4\right]^2 \times \left[\left(\frac{3}{13}\right)^5\right]^3 = \left(\frac{3}{13}\right)^{4 \times 2} \times \left(\frac{3}{13}\right)^{5 \times 3} = \left(\frac{3}{13}\right)^8 \times \left(\frac{3}{13}\right)^{15} \\ = \left(\frac{3}{13}\right)^{8+15} = \left(\frac{3}{13}\right)^{23}$$

$$(ग) \left[\left(\frac{3}{7}\right)^5\right]^4 \div \left[\left(\frac{3}{7}\right)^3\right]^4 = \left(\frac{3}{7}\right)^{5 \times 4} \div \left(\frac{3}{7}\right)^{3 \times 4} = \left(\frac{3}{7}\right)^{20} \div \left(\frac{3}{7}\right)^{12} \\ = \left(\frac{3}{7}\right)^{20-12} = \left(\frac{3}{7}\right)^8$$

$$(घ) \left[\left(\frac{1}{7}\right)^3\right]^4 \div \left[\left(\frac{1}{7}\right)^4\right]^3 = \left(\frac{1}{7}\right)^{3 \times 4} \div \left(\frac{1}{7}\right)^{4 \times 3} = \left(\frac{1}{7}\right)^{12} \div \left(\frac{1}{7}\right)^{12} \\ = \left(\frac{1}{7}\right)^{12-12} = \left(\frac{1}{7}\right)^0$$

$$6. (क) \left(-\frac{2}{7}\right)^3 \times \frac{343}{64} = \frac{(-2)^3}{(7)^3} \times \frac{(7)^3}{(2)^6} = \frac{-(-2)^3}{(2)^6} = -(-2)^{3-6} = 2^{-3} = -\frac{1}{2^3} = -\frac{1}{8}$$

$$(ख) \frac{\left(\frac{4}{3}\right)^2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^2}{\left(\frac{7}{5}\right)^3 \times \left(\frac{3}{4}\right)^2} = \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times \left(\frac{4}{3}\right)^2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^2 \times \left(\frac{7}{5}\right)^{-3} \\ = \left(\frac{4}{3}\right)^{2+2} \times \left(\frac{7}{5}\right)^{2-3} = \left(\frac{4}{3}\right)^4 \times \left(\frac{7}{5}\right)^{-1}$$

$$= \left(\frac{4}{3}\right)^4 \times \left(\frac{5}{7}\right) = \frac{256}{81} \times \frac{5}{7} = \frac{1280}{567}$$

$$7. \text{ (क) } \left(\frac{1}{8}\right)^4 \div 4^3 = \frac{1^4}{8^4} \times \frac{1}{4^3} = \frac{1}{4096} \times \frac{1}{64} = \frac{1}{262144}$$

$$\text{(ख) } \left[\left(-\frac{4}{3}\right)^2\right]^2 = \left(-\frac{4}{3}\right)^{2 \times 2} = \left(-\frac{4}{3}\right)^4 = \frac{(-4)^4}{(3)^4} = \frac{256}{81}$$

$$\text{(ग) } \left(\frac{1}{7}\right)^2 \div \left(\frac{1}{7}\right)^5 = \left(\frac{1}{7}\right)^{2-5} = \left(\frac{1}{7}\right)^{-3} = 7^3 = 343$$

$$\text{(घ) } \left(\frac{15}{13}\right)^4 \div \left(\frac{15}{13}\right)^4 = \left(\frac{15}{13}\right)^{4-4} = \left(\frac{15}{13}\right)^0 = 1$$

अभ्यास 2.4

$$1. \text{ (क) } \left(\frac{3}{4}\right)^{-5} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4}\right)^5} = \frac{1}{\frac{3^5}{4^5}} = \frac{4^5}{3^5} = \left(\frac{4}{3}\right)^5$$

$$\text{(ख) } \left(\frac{19}{27}\right)^{-3} = \frac{1}{\left(\frac{19}{27}\right)^3} = \frac{1}{\frac{19^3}{27^3}} = \frac{27^3}{19^3} = \left(\frac{27}{19}\right)^3$$

$$\text{(ग) } (-7)^{-3} = \frac{1}{(-7)^3} = \left(\frac{-1}{7}\right)^3$$

$$\text{(घ) } \left(-\frac{7}{5}\right)^{-6} = \frac{1}{\left(-\frac{7}{5}\right)^6} = \frac{1}{\frac{(-7)^6}{5^6}} = \frac{5^6}{(-7)^6} = \left(\frac{-5}{7}\right)^6$$

$$2. \text{ (क) } \left(\frac{13}{12}\right)^{-6} \times \left(\frac{13}{12}\right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{13}{12}\right)^6} \times \frac{1}{\left(\frac{13}{12}\right)^2} = \frac{1}{\frac{13^6}{12^6}} \times \frac{1}{\frac{13^2}{12^2}} = \frac{12^6}{13^6} \times \frac{12^2}{13^2}$$

$$= \frac{12^{6+2}}{13^{6+2}} = \frac{12^8}{13^8} = \left(\frac{12}{13}\right)^8$$

$$(ख) \left[\left(\frac{5}{7} \right)^5 \right]^{-2} = \left(\frac{5}{7} \right)^{5 \times (-2)} = \left(\frac{5}{7} \right)^{-10} = \frac{1}{\left(\frac{5}{7} \right)^{10}} = \frac{1}{\frac{5^{10}}{7^{10}}} = \frac{7^{10}}{5^{10}} = \left(\frac{7}{5} \right)^{10}$$

$$(ग) \left(\frac{5}{12} \right)^{-6} \div \left(\frac{5}{12} \right)^{-6} = \left(\frac{5}{12} \right)^{-6 - (-6)} = \left(\frac{5}{12} \right)^{-6+6} = \left(\frac{5}{12} \right)^0 = 1$$

$$(घ) \left[\left(\frac{6}{7} \right)^{-1} \times \left(\frac{7}{3} \right)^{-1} \right]^{-1} = \left[\frac{1}{\left(\frac{6}{7} \right)} \times \frac{1}{\left(\frac{7}{3} \right)} \right]^{-1} = \left(\frac{7}{6} \times \frac{3}{7} \right)^{-1} = \left(\frac{1}{2} \right)^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{2}} = 2$$

$$3. (क) \left(\frac{3}{4} \right)^{-1} + \left(\frac{3}{2} \right)^{-2} = \frac{1}{\left(\frac{3}{4} \right)} + \frac{1}{\left(\frac{3}{2} \right)^2} = \frac{1}{\frac{3}{4}} + \frac{1}{\frac{3^2}{2^2}} = \frac{4}{3} + \frac{2^2}{3^2}$$

$$= \frac{4}{3} + \frac{4}{9} = \frac{4 \times 3 + 4}{9} = \frac{12 + 4}{9} = \frac{16}{9}$$

$$(ख) \left[\left(\frac{1}{4} \right) \right]^{-1} + \left[\left(\frac{1}{5} \right)^{-1} \right]^{-1} = \frac{1}{\frac{1}{4}} + \left(\frac{1}{5} \right)^{(-1) \times (-1)} = 4 + \left(\frac{1}{5} \right)^1 = 4 + \frac{1}{5} = \frac{21}{5}$$

$$(ग) \left(\frac{7}{10} \right)^{-6} \times \left(\frac{10}{7} \right)^{-2} = \left(\frac{10}{7} \right)^6 \times \left(\frac{7}{10} \right)^2 = \frac{10^6}{7^6} \times \frac{7^2}{10^2}$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10 \times 10}{7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7 \times 7} \times \frac{7 \times 7}{10 \times 10}$$

$$= \frac{10 \times 10 \times 10 \times 10}{7 \times 7 \times 7 \times 7} = \frac{10000}{2401}$$

$$(घ) \left(\frac{4}{5} \right)^{10} \times \left[\left(\frac{4}{5} \right)^2 \right]^3 \div \left[\left(\frac{4}{5} \right)^4 \right]^4$$

$$= \left(\frac{4}{5} \right)^{10} \times \left(\frac{4}{5} \right)^{2 \times 3} \div \left(\frac{4}{5} \right)^{4 \times 4} = \left(\frac{4}{5} \right)^{10} \times \left(\frac{4}{5} \right)^6 \div \left(\frac{4}{5} \right)^{16}$$

$$= \left(\frac{4}{5} \right)^{10} \times \left(\frac{4}{5} \right)^6 \times \left(\frac{5}{4} \right)^{16} = \left(\frac{4}{5} \right)^{10+6} \times \left(\frac{5}{4} \right)^{16} = \left(\frac{4}{5} \right)^{16} \times \left(\frac{5}{4} \right)^{16}$$

$$= \frac{4^{16} \times 5^{16}}{5^{16} \times 4^{16}} = 1$$

$$4. \text{ (क) } \left(\frac{2}{5}\right)^x \div \left(\frac{2}{5}\right)^{2-x} = \left(\frac{2}{5}\right)^6$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{x-2+x} = \left(\frac{2}{5}\right)^6$$

$$\Rightarrow \left(\frac{2}{5}\right)^{2x-2} = \left(\frac{2}{5}\right)^6$$

$$\Rightarrow 2x-2 = 6$$

$$\Rightarrow 2x = 6+2 = 8$$

$$\Rightarrow x = \frac{8}{2} = 4$$

$$\text{(ख) } \left(-\frac{13}{7}\right)^{13} \times \left(-\frac{13}{7}\right)^7 = \left(-\frac{13}{7}\right)^{3x-1}$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{13}{7}\right)^{13+7} = \left(-\frac{13}{7}\right)^{3x-1}$$

$$\Rightarrow \left(-\frac{13}{7}\right)^{20} = \left(-\frac{13}{7}\right)^{3x-1}$$

$$\Rightarrow 3x-1 = 20$$

$$\Rightarrow 3x = 20+1 = 21$$

$$\therefore x = 7$$

$$\text{(ग) } \left(\frac{5}{9}\right)^{-6} \times \left(\frac{5}{9}\right)^{-8} = \left(\frac{5}{9}\right)^{-2x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{9}\right)^{-6+(-8)} = \left(\frac{5}{9}\right)^{-2x}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{5}{9}\right)^{-14} = \left(\frac{5}{9}\right)^{-2x}$$

$$\Rightarrow -2x = -14$$

$$\Rightarrow 2x = 14$$

$$\Rightarrow x = \frac{14}{2}$$

$$\therefore x = 7$$

$$(घ) \quad \left(\frac{3}{7}\right)^4 \times \left(\frac{3}{7}\right)^{-10} = \left(\frac{3}{7}\right)^{5x-1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{4+(-10)} = \left(\frac{3}{7}\right)^{5x-1}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{3}{7}\right)^{-6} = \left(\frac{3}{7}\right)^{5x-1}$$

$$\Rightarrow 5x-1 = -6$$

$$\Rightarrow 5x = -6+1 = -5$$

$$\Rightarrow x = \frac{-5}{5}$$

$$\therefore x = -1$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \left(\frac{2}{3}\right)^{-2} \times \left[\left(\frac{1}{2}\right)^2\right]^{-2} \times \left(\frac{2}{3}\right)^3 \times \frac{1}{24} &= \left(\frac{2}{3}\right)^{-2+3} \times \left(\frac{1}{2}\right)^{2 \times (-2)} \times \frac{1}{24} \\ &= \left(\frac{2}{3}\right)^1 \times \left(\frac{1}{2}\right)^{-4} \times \frac{1}{24} = \frac{2}{3} \times \frac{1}{\left(\frac{1}{2}\right)^4} \times \frac{1}{24} \\ &= \frac{2}{3} \times 2^4 \times \frac{1}{24} \\ &= \frac{2}{3} \times 16 \times \frac{1}{24} = \frac{4}{9} \end{aligned}$$

6. माना अभीष्ट संख्या x है।

$$\text{तब,} \quad \left(\frac{1}{-2}\right)^{-1} \times x = \left(\frac{4}{7}\right)^{-1}$$

$$\text{या} \quad x = \left(\frac{4}{7}\right)^{-1} \times \left(\frac{-2}{1}\right)^{-1} = \frac{1}{4} \times \frac{1}{-2}$$

$$= \frac{7}{4} \times \frac{1}{-2} = \frac{7}{-8} = \frac{-7}{8}$$

अतः $\left(\frac{1}{-2}\right)^{-1}$ को $\frac{-7}{8}$ से गुणा करना होगा।

7. माना अभीष्ट संख्या x है।

$$\text{तब,} \quad \frac{(15)^{-1}}{x} = (-5)^{-1}$$

$$\Rightarrow x = \frac{(15)^{-1}}{(-5)^{-1}} = \frac{-5}{15} = \frac{-1}{3}$$

अतः $(15)^{-1}$ में $\frac{-1}{3}$ से भाग दिया जाए।

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (ब) 2. (द) 3. (ब) 4. (अ) 5. (अ)

बौद्धिक गणित

$$1. \left[\left(\frac{10}{11} \right)^{-2} \right]^3 = \left[\left(\frac{1}{\frac{10}{11}} \right)^2 \right]^3 = \left[\left(\frac{11}{10} \right)^2 \right]^3 = \left(\frac{11}{10} \right)^{2 \times 3} = \left(\frac{11}{10} \right)^6$$

$$2. 3^m + 3^{-3} = 3^5$$

$$\Rightarrow 3^{m-(-3)} = 3^5$$

$$\Rightarrow 3^{m+3} = 3^5$$

$$\Rightarrow m+3 = 5$$

$$\Rightarrow m = 5-3$$

$$\Rightarrow m = 2$$

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

$$1. \frac{3^{-5} \times 10^{-5} \times 125}{5^{-7} \times 6^{-5}} = \frac{5^7 \times 6^5 \times 5^3}{3^5 \times 10^5}$$

$$= \frac{5^{7+3} \times (2 \times 3)^5}{3^5 \times (2 \times 5)^5} = \frac{5^{10} \times 2^5 \times 3^5}{3^5 \times 2^5 \times 5^5}$$

$$= 5^{10-5} \times 2^{5-5} \times 3^{5-5}$$

$$= 5^5 \times 2^0 \times 3^0$$

$$= 5^5 \times 1 \times 1$$

$$= 3125$$

$$2. \left[\left\{ \left(\frac{-1}{2} \right)^2 \right\}^{-2} \right]^{-1} = \left(\frac{-1}{2} \right)^{2 \times (-2) \times (-1)} = \left(\frac{-1}{2} \right)^4 = \frac{(-1)^4}{2^4} = \frac{1}{16}$$



वर्ग और वर्गमूल

अभ्यास 3.1

1. (क) $8^2 = 8 \times 8 = 64$ (ख) $22^2 = 22 \times 22 = 484$
 (ग) $45^2 = 45 \times 45 = 2025$ (घ) $115^2 = 115 \times 115 = 13225$
2. (क) $12 = \underline{2} \times \underline{2} \times 3$
 यहाँ 2 का एक जोड़ा है किन्तु 3 का जोड़ा नहीं है।
 अतः 12 एक पूर्ण वर्ग नहीं है।
 (ख) $121 = \underline{11} \times \underline{11}$
 यहाँ 11 का एक जोड़ा है।
 अतः 121 एक पूर्ण वर्ग है।
 (ग) $1225 = \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{7} \times \underline{7}$
 यहाँ 5 का एक जोड़ा तथा 7 का एक जोड़ा है।
 अतः 1225 एक पूर्ण वर्ग है।
 (घ) $62500 = \underline{2} \times \underline{2} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5} \times \underline{5}$
 यहाँ 2 का एक जोड़ा तथा 5 के तीन जोड़े हैं।
 अतः 62500 एक पूर्ण वर्ग है।
3. (क) 256 एक सम संख्या है तथा हम जानते हैं कि सम संख्याओं के वर्ग सदैव सम रहते हैं।
 ∴ 256 एक सम संख्या का पूर्ण वर्ग है।
 (ख) 729 एक विषम संख्या है तथा हम जानते हैं कि विषम संख्याओं के वर्ग सदैव विषम होते हैं।
 ∴ 729 एक सम संख्या का वर्ग नहीं है।
 (ग) 1225 एक विषम संख्या है तथा हम जानते हैं कि विषम संख्याओं के वर्ग सदैव विषम होते हैं।
 ∴ 1225 एक सम संख्या का वर्ग नहीं है।
 (घ) 625 एक विषम संख्या है तथा हम जानते हैं कि विषम संख्याओं के वर्ग सदैव विषम होते हैं।
 ∴ 625 एक सम संख्या का वर्ग नहीं है।
4. (क) विषम संख्याओं वाले वर्ग सदैव विषम होते हैं।
 ∴ 81 एक विषम संख्या है।
 ∴ 81 एक विषम संख्या का पूर्ण वर्ग है।

- (ख) विषम संख्याओं वाले वर्ग सदैव विषम होते हैं।
 \therefore 625 एक विषम संख्या है।
 \therefore 625 एक विषम संख्या का पूर्ण वर्ग है।
- (ग) विषम संख्याओं वाले वर्ग सदैव विषम होते हैं।
 \therefore 256 एक सम संख्या है।
 \therefore 256 एक विषम संख्या का पूर्ण वर्ग नहीं है।
- (घ) विषम संख्याओं वाले वर्ग सदैव विषम होते हैं।
 \therefore 2401 एक विषम संख्या है।
 \therefore 2401 एक विषम संख्या का पूर्ण वर्ग है।
5. (क) $900 = \underline{2 \times 2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{5 \times 5}$
यहाँ 2 का एक जोड़ा, 3 का एक जोड़ा तथा 5 का एक जोड़ा है।
अतः 900 एक पूर्ण वर्ग है।
- (ख) $600 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2} \times \underline{3} \times \underline{5 \times 5}$
यहाँ अभाज्य गुणनखण्ड 2 और 3 के जोड़े नहीं हैं।
अतः 600 एक पूर्ण वर्ग नहीं है।
- (ग) $729000 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{3 \times 3} \times \underline{5 \times 5} \times \underline{5}$
यहाँ अभाज्य गुणनखण्ड 2 और 5 के जोड़े नहीं हैं।
अतः 729000 एक पूर्ण वर्ग नहीं है।
- (घ) $6250000 = \underline{2 \times 2} \times \underline{2 \times 2} \times \underline{5 \times 5} \times \underline{5 \times 5} \times \underline{5 \times 5} \times \underline{5 \times 5}$
यहाँ 2 के दो जोड़े तथा 5 के चार जोड़े हैं।
अतः 6250000 एक पूर्ण वर्ग है।
6. (क) दो क्रमागत प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अन्तर, उन संख्याओं के योग के बराबर होता है।
 $\therefore 25^2 - 24^2 = 25 + 24 = 49$
- (ख) दो क्रमागत प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अन्तर, उन संख्याओं के योग के बराबर होता है।
 $\therefore 941^2 - 940^2 = 941 + 940 = 1881$
- (ग) दो क्रमागत प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अन्तर, उन संख्याओं के योग के बराबर होता है।
 $\therefore 1001^2 - 1000^2 = 1001 + 1000 = 2001$
- (घ) दो क्रमागत प्राकृतिक संख्याओं के वर्गों का अन्तर, उन संख्याओं के योग के बराबर होता है।
 $\therefore 2000^2 - 1999^2 = 2000 + 1999 = 3999$

7. (क) (1, 2, 3)

पाइथागोरस नियम $a^2 + b^2 = c^2$ से,

$$1^2 + 2^2 = 3^2$$

$$\Rightarrow 1 + 4 = 9$$

$$\Rightarrow 5 \neq 9$$

अतः यह पाइथागोरस की संख्याओं का समूह नहीं है।

(ख) (3, 4, 5)

पाइथागोरस नियम $a^2 + b^2 = c^2$ से,

$$3^2 + 4^2 = 5^2$$

$$\Rightarrow 9 + 16 = 25$$

$$\Rightarrow 25 = 25$$

अतः यह पाइथागोरस की संख्याओं का समूह है।

(ग) (6, 8, 10)

पाइथागोरस नियम $a^2 + b^2 = c^2$ से,

$$6^2 + 8^2 = 10^2$$

$$\Rightarrow 36 + 64 = 100$$

$$\Rightarrow 100 = 100$$

अतः यह पाइथागोरस की संख्याओं का समूह है।

(ख) (2, 2, 3)

पाइथागोरस नियम $a^2 + b^2 = c^2$ से,

$$2^2 + 2^2 = 3^2$$

$$\Rightarrow 4 + 4 = 9$$

$$\Rightarrow 8 \neq 9$$

अतः यह पाइथागोरस की संख्याओं का समूह नहीं है।

अभ्यास 3.2

1. (क) $169 = 13 \times 13$

$$\sqrt{169} = 13$$

अतः 169 का वर्गमूल 13 है।

$$\begin{array}{r|l} 13 & 169 \\ 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

(ख) $225 = 3 \times 3 \times 5 \times 5$

$$\sqrt{225} = 3 \times 5 = 15$$

अतः 225 का वर्गमूल 15 है।

$$\begin{array}{r|l} 3 & 225 \\ 3 & 75 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$(ग) 361 = 19 \times 19$$

$$\sqrt{361} = 19$$

अतः 361 का वर्गमूल 19 है।

$$\begin{array}{r|l} 19 & 361 \\ 19 & 19 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$(घ) 2401 = 7 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$\sqrt{2401} = 7 \times 7 = 49$$

अतः 2401 का वर्गमूल 49 है।

$$\begin{array}{r|l} 7 & 2401 \\ 7 & 343 \\ 7 & 49 \\ 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$(ङ) 3025 = 5 \times 5 \times 11 \times 11$$

$$\sqrt{3025} = 5 \times 11 = 55$$

अतः 3025 का वर्गमूल 55 है।

$$\begin{array}{r|l} 5 & 3025 \\ 5 & 605 \\ 11 & 121 \\ 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$(च) 9801 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 11 \times 11$$

$$\sqrt{9801} = 3 \times 3 \times 11$$

$$= 99$$

अतः 9801 का वर्गमूल 99 है।

$$\begin{array}{r|l} 3 & 9801 \\ 3 & 3267 \\ 3 & 1089 \\ 3 & 363 \\ 11 & 121 \\ 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$(छ) 176400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$$

$$\sqrt{176400} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 7$$

$$= 420$$

अतः 176400 का वर्गमूल 420 है।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 176400 \\ 2 & 88200 \\ 2 & 44100 \\ 2 & 22050 \\ 3 & 11025 \\ 3 & 3675 \\ 5 & 1225 \\ 5 & 245 \\ 7 & 49 \\ 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$(ज) 8281 = 7 \times 7 \times 13 \times 13$$

$$\sqrt{8281} = 7 \times 13 = 91$$

अतः 8281 का वर्गमूल 91 है।

$$\begin{array}{r|l} 7 & 8281 \\ 7 & 1183 \\ 13 & 169 \\ 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

2. $1331 = 11 \times 11 \times 11$

यहाँ 1331 के गुणनखण्ड में 11 का जोड़ा नहीं है,

अतः दी गई संख्या को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए हमें इसे 11 से गुणा करना होगा।

$$\begin{array}{r|l} 11 & 1331 \\ 11 & 121 \\ 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$3. 1200 = \underline{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 5 \times 5}$$

हम देखते हैं कि अभाज्य गुणनखण्ड 3 का जोड़ा नहीं है, अतः इन्हें समाप्त करने के लिए हमें 1200 में 3 से भाग देना पड़ेगा।

अतः हम $1200 \div 3 = 400$ प्राप्त करते हैं जो एक पूर्ण वर्ग है।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1200 \\ 2 & 600 \\ 2 & 300 \\ 2 & 150 \\ 3 & 75 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$400 = \underline{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5}$$

$$\sqrt{400} = 2 \times 2 \times 5 = 20$$

अतः पूर्ण वर्ग 400 का वर्गमूल 20 है।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 400 \\ 2 & 200 \\ 2 & 100 \\ 2 & 50 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

4. छोटी से छोटी संख्या जो 3, 4 तथा 5 से पूरी विभाजित हो, उनका ल०स० होगा।

$$\therefore 3, 4, 5 \text{ का ल०स०} = 2 \times 2 \times 3 \times 5 = 60$$

अभाज्य गुणनखण्ड विधि द्वारा हम पाते हैं—

$$60 = \underline{2 \times 2 \times 3 \times 5}$$

60 के गुणनखण्ड में 2 का एक जोड़ा है किन्तु 3 तथा 5 के जोड़े नहीं हैं।

अतः दी गई संख्या को पूर्ण वर्ग बनाने के लिए हमें इसे $3 \times 5 = 15$ से गुणा करना पड़ेगा।

अतः हम $60 \times 15 = 900$ प्राप्त करते हैं जो एक पूर्ण वर्ग है।

$$\begin{array}{r|l} 2 & 3, 4, 5 \\ 2 & 3, 2, 5 \\ 3 & 3, 1, 5 \\ 5 & 1, 1, 5 \\ \hline & 1, 1, 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 60 \\ 2 & 30 \\ 3 & 15 \\ 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

5. माना विद्यार्थियों की संख्या x है।

तब, प्रत्येक विद्यार्थी द्वारा दिया गया धन = ₹ x

अब, ₹ $x \times x = ₹ 1444$

$$\text{या } x^2 = 1444 \Rightarrow x = \sqrt{1444}$$

अतः हमें 1444 का वर्गमूल ज्ञात करना होगा।

$$1444 = \underline{2 \times 2 \times 19 \times 19}$$

$$\sqrt{1444} = 2 \times 19 = 38$$

$$\therefore x = 38$$

अतः विद्यार्थियों की संख्या 38 है।

6. माना पंक्तियों की संख्या x है। अतः पौधों की संख्या भी x होगी।

इसलिए,

$$x \times x = 2025$$

या

$$x^2 = 2025$$

\Rightarrow

$$x = \sqrt{2025}$$

$$2025 = \underline{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1444 \\ 2 & 722 \\ 19 & 361 \\ 19 & 19 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 1200 \\ 2 & 600 \\ 2 & 300 \\ 2 & 150 \\ 3 & 75 \\ 5 & 25 \\ 5 & 5 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\sqrt{2025} = 3 \times 3 \times 5 = 45$$

$$\therefore x = 45$$

अतः पंक्तियों की संख्या 45 और प्रत्येक पंक्ति में पौधों की संख्या 45 है।

अभ्यास 3.3

$$1. \text{ (क) } \sqrt{\frac{1}{4}} = \frac{\sqrt{1}}{\sqrt{4}} = \frac{\sqrt{1 \times 1}}{\sqrt{2 \times 2}} = \frac{1}{2}$$

$$\text{(ख) } \sqrt{\frac{16}{25}} = \frac{\sqrt{16}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{4 \times 4}}{\sqrt{5 \times 5}} = \frac{4}{5}$$

$$\text{(ग) } \sqrt{\frac{196}{81}} = \frac{\sqrt{196}}{\sqrt{81}} = \frac{\sqrt{14 \times 14}}{\sqrt{9 \times 9}} = \frac{14}{9}$$

$$\text{(घ) } \sqrt{\frac{625}{1296}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{1296}} = \frac{\sqrt{25 \times 25}}{\sqrt{36 \times 36}} = \frac{25}{36}$$

$$2. \text{ (क) } \sqrt{2\frac{137}{196}} = \sqrt{\frac{529}{196}} = \frac{\sqrt{529}}{\sqrt{196}} = \frac{\sqrt{23 \times 23}}{\sqrt{14 \times 14}} = \frac{23}{14} = 1\frac{9}{14}$$

$$\text{(ख) } \sqrt{38\frac{11}{25}} = \sqrt{\frac{961}{25}} = \frac{\sqrt{961}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{31 \times 31}}{\sqrt{5 \times 5}} = \frac{31}{5} = 6\frac{1}{5}$$

$$\text{(ग) } \sqrt{10\frac{74}{169}} = \sqrt{\frac{1764}{169}} = \frac{\sqrt{1764}}{\sqrt{169}} = \frac{\sqrt{42 \times 42}}{\sqrt{13 \times 13}} = \frac{42}{13} = 3\frac{3}{13}$$

$$\text{(घ) } \sqrt{2\frac{14}{25}} = \sqrt{\frac{64}{25}} = \frac{\sqrt{64}}{\sqrt{25}} = \frac{\sqrt{8 \times 8}}{\sqrt{5 \times 5}} = \frac{8}{5} = 1\frac{3}{5}$$

$$3. \text{ (क) } \sqrt{0.0081} = \sqrt{\frac{81}{10000}} = \frac{\sqrt{81}}{\sqrt{10000}} = \frac{\sqrt{9 \times 9}}{\sqrt{100 \times 100}} = \frac{9}{100} = 0.09$$

$$\text{(ख) } \sqrt{0.09} = \sqrt{\frac{9}{100}} = \frac{\sqrt{9}}{\sqrt{100}} = \frac{\sqrt{3 \times 3}}{\sqrt{10 \times 10}} = \frac{3}{10} = 0.3$$

$$\text{(ग) } \sqrt{0.0625} = \sqrt{\frac{625}{10000}} = \frac{\sqrt{625}}{\sqrt{10000}} = \frac{\sqrt{25 \times 25}}{\sqrt{100 \times 100}} = \frac{25}{100} = 0.25$$

$$\begin{aligned} \text{(घ) } \sqrt{156.25} &= \sqrt{\frac{15625}{100}} = \frac{\sqrt{15625}}{\sqrt{100}} \\ &= \frac{\sqrt{125 \times 125}}{\sqrt{10 \times 10}} = \frac{125}{10} = 12.5 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
4. \quad \sqrt{7\frac{1}{5}} + \sqrt{3\frac{1}{8}} - \sqrt{8\frac{1}{10}} &= \sqrt{\frac{36}{5}} + \sqrt{\frac{25}{8}} - \sqrt{\frac{81}{10}} \\
&= \sqrt{\frac{36}{5 \times 5}} + \sqrt{\frac{25}{8 \times 8}} - \sqrt{\frac{81}{10 \times 10}} \\
&= \sqrt{\frac{6 \times 6}{5 \times 5}} + \sqrt{\frac{5 \times 5}{8 \times 8}} - \sqrt{\frac{9 \times 9}{10 \times 10}} \\
&= \frac{6}{5} + \frac{5}{8} - \frac{9}{10} = \frac{6 \times 8 + 5 \times 5 - 9 \times 4}{40} \\
&= \frac{48 + 25 - 36}{40} = \frac{37}{40}
\end{aligned}$$

5. माना वर्गाकार बगीचे की भुजा की लम्बाई x है।

दिया है, वर्गाकार बगीचे का क्षेत्रफल = $101\frac{1}{400}$ मी² = $\frac{40401}{400}$ मी²

∴ $x \times x = \frac{40401}{400}$ मी²

या $x^2 = \frac{40401}{400}$ मी²

या $x = \sqrt{\frac{40401}{400}}$ मी

⇒ $x = \frac{\sqrt{40401}}{\sqrt{400}}$ मी

⇒ $x = \frac{\sqrt{201 \times 201}}{\sqrt{20 \times 20}} = \frac{201}{20} = 10\frac{1}{20}$ मी

अतः बगीचे की एक भुजा की लम्बाई $10\frac{1}{20}$ मी है।

6. माना वर्गाकार खेत की भुजा की लम्बाई x है।

दिया है, वर्गाकार खेत का क्षेत्रफल = 268.96 मी²

∴ $x \times x = 268.96$ मी²

या $x^2 = 268.96$ मी²

या $x = \sqrt{268.96}$ मी

$$= \sqrt{\frac{26896}{100}} \text{ मी} = \frac{\sqrt{164 \times 164}}{\sqrt{10 \times 10}}$$

$$= \frac{164}{10} \text{ मी} = 16.4 \text{ मी}$$

अतः खेत की एक भुजा की लम्बाई 16.4 मी है।

अभ्यास 3.4

1. (क)

$$\begin{array}{r} 16 \\ 1 \overline{) 256} \\ \underline{-1} \\ 26 \\ \underline{-156} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{256} = 16$$

(ग)

$$\begin{array}{r} 37 \\ 3 \overline{) 1369} \\ \underline{-9} \\ 67 \\ \underline{-469} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{1369} = 37$$

(ङ)

$$\begin{array}{r} 59 \\ 5 \overline{) 3481} \\ \underline{-25} \\ 109 \\ \underline{-981} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{3481} = 59$$

(छ)

$$\begin{array}{r} 94 \\ 9 \overline{) 8836} \\ \underline{-81} \\ 184 \\ \underline{-736} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{8836} = 94$$

2. (क)

$$\begin{array}{r} 9.7 \\ 9 \overline{) 94.09} \\ \underline{-81} \\ 187 \\ \underline{-1309} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{94.09} = 9.7$$

(ख)

$$\begin{array}{r} 27 \\ 2 \overline{) 729} \\ \underline{-4} \\ 47 \\ \underline{-329} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{729} = 27$$

(घ)

$$\begin{array}{r} 48 \\ 4 \overline{) 2304} \\ \underline{-16} \\ 88 \\ \underline{-704} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{2304} = 48$$

(च)

$$\begin{array}{r} 67 \\ 6 \overline{) 4489} \\ \underline{-36} \\ 127 \\ \underline{-889} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{4489} = 67$$

(ज)

$$\begin{array}{r} 95 \\ 9 \overline{) 9025} \\ \underline{-81} \\ 185 \\ \underline{-925} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{9025} = 95$$

(ख)

$$\begin{array}{r} 3.05 \\ 3 \overline{) 9.3025} \\ \underline{-9} \\ 605 \\ \underline{-3025} \\ 0 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{9.3025} = 3.05$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(ग)} \quad \begin{array}{r} 12.3 \\ \hline 1 \overline{) 151.29} \\ \underline{-151} \\ 22 51 \\ \underline{-44} \\ 243 7 29 \\ \underline{-729} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{151.29} = 12.3$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(घ)} \quad \begin{array}{r} 9.21 \\ \hline 9 \overline{) 84.8241} \\ \underline{-81} \\ 182 382 \\ \underline{-364} \\ 1841 \\ \underline{-1841} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{84.8241} = 9.21$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(ङ)} \quad \begin{array}{r} 12.25 \\ \hline 1 \overline{) 150.0625} \\ \underline{-150} \\ 22 50 \\ \underline{-44} \\ 242 606 \\ \underline{-484} \\ 2445 12225 \\ \underline{-12225} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{150.0625} = 12.25$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(च)} \quad \begin{array}{r} 15.02 \\ \hline 1 \overline{) 225.6004} \\ \underline{-225} \\ 25 125 \\ \underline{-125} \\ 3002 6004 \\ \underline{-6004} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{225.6004} = 15.02$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(छ)} \quad \begin{array}{r} 0.231 \\ \hline 2 \overline{) 0.053361} \\ \underline{-4} \\ 43 133 \\ \underline{-129} \\ 461 461 \\ \underline{-461} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{0.053361} = 0.231$$

$$\begin{array}{r}
 \text{(ज)} \quad \begin{array}{r} 0.0091 \\ \hline 9 \overline{) 0.00008281} \\ \underline{-81} \\ 181 \\ \underline{-181} \\ 0 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore \sqrt{0.00008281} = 0.0091$$

3. हमें 2581 का वर्गमूल निकालना है। इस प्रकार स्पष्ट है कि 50^2 , 2581 से छोटी है।

अतः पूर्ण वर्ग ज्ञात करने के लिए 2581 में से 81 को घटाना चाहिए।

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{r} 50 \\ \hline 5 \overline{) 2581} \\ \underline{-25} \\ 100 81 \end{array}
 \end{array}$$

$$\therefore \text{अभीष्ट पूर्ण वर्ग संख्या} = 2581 - 81$$

$$= 2500$$

$$\text{इसी प्रकार, } \sqrt{2500} = 50$$

4. हमें 45164 का वर्गमूल ज्ञात करना है। यह स्पष्ट है कि दी गई संख्या 213^2 से छोटी है तथा 212^2 से बड़ी है। अतः हमें ऐसी संख्या जोड़नी है कि परिणाम में 213^2 अर्थात् 45369 आ जाए। अतः अभीष्ट छोटी से छोटी संख्या $45369 - 45164 = 205$ है।

$$\begin{array}{r} 212 \\ 2 \overline{) 45164} \\ \underline{-4} \\ 41 \\ \underline{-41} \\ 422 \\ \underline{-424} \\ 424 \\ \underline{-424} \\ 0 \end{array}$$

5. 3 अंकों की सबसे छोटी संख्या 100 है। हमें 100 का वर्गमूल निकालना है।

$$\therefore \sqrt{100} = 10$$

अतः अभीष्ट पूर्ण वर्ग संख्या 100 है।

$$\begin{array}{r} 10 \\ 1 \overline{) 100} \\ \underline{-1} \\ 20 \\ \underline{-20} \\ 00 \\ \underline{-00} \\ 0 \end{array}$$

6. 3 अंकों की सबसे बड़ी संख्या 999 है। हमें 999 का वर्गमूल निकालना चाहिए।

इस प्रकार स्पष्ट है कि 31^2 , 999 से छोटी है। अतः पूर्ण वर्ग ज्ञात करने के लिए 999 में से 38 को घटाना चाहिए।

$$\therefore \text{अभीष्ट पूर्ण वर्ग संख्या} = 999 - 38 = 961$$

$$\begin{array}{r} 31 \\ 3 \overline{) 999} \\ \underline{-9} \\ 61 \\ \underline{-61} \\ 62 \\ \underline{-62} \\ 38 \end{array}$$

7. माना दशमलव भिन्न x है।

$$\therefore x \times x = 251953.8025$$

$$\text{या } x^2 = 251953.8025$$

$$\text{या } x = \sqrt{251953.8025}$$

$$\text{या } x = 501.95$$

अतः अभीष्ट दशमलव भिन्न 501.95 है।

$$\begin{array}{r} 501.95 \\ 1 \overline{) 251953.8025} \\ \underline{-25} \\ 1001 \\ \underline{-1001} \\ 10029 \\ \underline{-10029} \\ 100385 \\ \underline{-100385} \\ 100385 \\ \underline{-100385} \\ 100385 \\ \underline{-100385} \\ 0 \end{array}$$

8. माना वर्गाकार मैदान की भुजा की लम्बाई x है।

दिया है, वर्गाकार मैदान का क्षेत्रफल = 256.6404 मी²

$$\therefore x \times x = 256.6404 \text{ मी}^2$$

$$\text{या } x^2 = 256.6404 \text{ मी}^2$$

$$\text{या } x = \sqrt{256.6404} \text{ मी}$$

$$\text{या } x = 16.02 \text{ मी}$$

अतः मैदान की एक भुजा की लम्बाई 16.02 मी है।

$$\begin{array}{r} 16.02 \\ 1 \overline{) 256.6404} \\ \underline{-1} \\ 26 \\ \underline{-26} \\ 3202 \\ \underline{-3202} \\ 3202 \\ \underline{-3202} \\ 3202 \\ \underline{-3202} \\ 0 \end{array}$$

अभ्यास 3.5

1. (क) हम 3 को 3.000000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 1.732 \\
 \hline
 1 \overline{) 3.000000} \\
 \underline{-1} \\
 27 \\
 \underline{-189} \\
 343 \\
 \underline{-1029} \\
 3462 \\
 \underline{-6924} \\
 176
 \end{array}$$

∴ $\sqrt{3} = 1.732$ दशमलव के तीन स्थान तक

या $\sqrt{3} = 1.73$ दशमलव के दो स्थान तक

(ख) हम 46 को 46.000000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 6.782 \\
 \hline
 6 \overline{) 46.000000} \\
 \underline{-36} \\
 127 \\
 \underline{-0889} \\
 1348 \\
 \underline{-10784} \\
 13562 \\
 \underline{-27124} \\
 4476
 \end{array}$$

∴ $\sqrt{46} = 6.782$ दशमलव के तीन स्थान तक

या $\sqrt{46} = 6.78$ दशमलव के दो स्थान तक

(ग) हम 1000 को 1000.000000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 31.622 \\
 \hline
 3 \overline{) 1000.000000} \\
 \underline{-9} \\
 61 \\
 \underline{-61} \\
 626 \\
 \underline{-3756} \\
 6322 \\
 \underline{-12644} \\
 63242 \\
 \underline{-175600} \\
 \underline{-126484} \\
 49116
 \end{array}$$

∴ $\sqrt{1000} = 31.622$ दशमलव के तीन स्थान तक

या $\sqrt{1000} = 31.62$ दशमलव के दो स्थान तक

(घ) हम 4470 को 4470.000000 के रूप में लिखते हैं।

	6 6. 8 5 8
6	4470.000000
	-36 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
126	870
	-756 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
1328	114 00
	-106 24 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
13365	7 7600
	-6 6825 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
133708	1 077500
	-1 069664 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
	7836

∴ $\sqrt{4470} = 66.858$ दशमलव के तीन स्थान तक

या $\sqrt{4470} = 66.86$ दशमलव के दो स्थान तक

2. (क) हम 24 को 24.00000000 के रूप में लिखते हैं।

	4. 8 9 8 9
4	24.00000000
	-16 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
88	8 00
	-7 04 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
969	9600
	-8721 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
9788	87900
	-78304 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
97969	959600
	-881721 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
	77879

∴ $\sqrt{24} = 4.8989$ दशमलव के चार स्थान तक

या $\sqrt{24} = 4.899$ दशमलव के तीन स्थान तक

(ख) हम 119 को 119.00000000 के रूप में लिखते हैं।

	1 0. 9 0 8 7
1	119.00000000
	-1 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
209	19 00
	-18 81 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
21808	190000
	-174464 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
218167	1553600
	-1527169 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓
	26431

∴ $\sqrt{119} = 10.9087$ दशमलव के चार स्थान तक

या $\sqrt{119} = 10.909$ दशमलव के तीन स्थान तक

(ग) हम 41640 को 41640.00000000 लिखते हैं।

	2 0 4 . 0 5 8 8
2	41640.00000000
	-4 ↓
404	1640
	-1616 ↓
40805	24 0000
	-20 4025 ↓
408108	3 597500
	-3 264864 ↓
4081168	33263600
	-32649344 ↓
	614256

∴ $\sqrt{41640} = 204.0588$ दशमलव के चार स्थान तक
या $\sqrt{41640} = 204.059$ दशमलव के तीन स्थान तक

(घ) हम 9426 को 9426.00000000 के रूप में लिखते हैं।

	9 7 . 0 8 7 5
9	9426.00000000
	-81 ↓
187	1326
	-1309 ↓
19408	17 0000
	-15 5264 ↓
194167	1 473600
	-1 359169 ↓
1941745	11443100
	-9708725 ↓
	1734375

∴ $\sqrt{9426} = 97.0875$ दशमलव के चार स्थान तक
या $\sqrt{9426} = 97.088$ दशमलव के तीन स्थान तक

3. (क) हम 3.362 को 3.362000 के रूप में लिखते हैं।

	1 . 8 3 3
1	3.362000
	-1 ↓
28	2 36
	-2 24 ↓
363	1220
	-1089 ↓
3663	13100
	-10989 ↓
	2111

∴ $\sqrt{3.362} = 1.833$ दशमलव के तीन स्थान तक
या $\sqrt{3.362} = 1.83$ दशमलव के दो स्थान तक

(ख) हम 7.12 को 7.120000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 2.668 \\
 \hline
 2 \overline{) 7.120000} \\
 \underline{-4} \\
 46 \\
 \underline{-27} \\
 526 \\
 \underline{-315} \\
 5328 \\
 \underline{-426} \\
 1776
 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{7.12} = 2.668$ दशमलव के तीन स्थान तक

या $\sqrt{7.12} = 2.67$ दशमलव के दो स्थान तक

(ग) हम 39.56 को 39.560000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 6.289 \\
 \hline
 6 \overline{) 39.560000} \\
 \underline{-36} \\
 122 \\
 \underline{-24} \\
 1248 \\
 \underline{-998} \\
 12569 \\
 \underline{-1131} \\
 8479
 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{39.56} = 6.289$ दशमलव के तीन स्थान तक

या $\sqrt{39.56} = 6.29$ दशमलव के दो स्थान तक

(घ) हम 116.78 को 116.780000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 10.806 \\
 \hline
 1 \overline{) 116.780000} \\
 \underline{-1} \\
 208 \\
 \underline{-16} \\
 21606 \\
 \underline{-140} \\
 10364
 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{116.78} = 10.806$ दशमलव के तीन स्थान तक

या $\sqrt{116.78} = 10.81$ दशमलव के दो स्थान तक

4. (क) हम 2.7 को 2.70000000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} 1 \\ \hline 26 \\ \hline 324 \\ \hline 3283 \\ \hline 32861 \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{r}
 \overline{2.70000000} \\
 -1 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 170 \\
 -156 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 1400 \\
 -1296 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 10400 \\
 -9849 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 55100 \\
 -32861 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 22239
 \end{array}
 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{2.7} = 1.6431$ दशमलव के चार स्थान तक

या $\sqrt{2.7} = 1.643$ दशमलव के तीन स्थान तक

(ख) हम 8.24 को 8.24000000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} 2 \\ \hline 48 \\ \hline 567 \\ \hline 57405 \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{r}
 \overline{8.24000000} \\
 -4 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 424 \\
 -384 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 4000 \\
 -3969 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 310000 \\
 -287025 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 22975
 \end{array}
 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{8.24} = 2.8705$ दशमलव के चार स्थान तक

या $\sqrt{8.24} = 2.871$ दशमलव के तीन स्थान तक

(ग) हम 24.64 को 24.64000000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 \begin{array}{c} 4 \\ \hline 89 \\ \hline 986 \\ \hline 9923 \\ \hline 99268 \\ \hline \end{array}
 \begin{array}{r}
 \overline{24.64000000} \\
 -16 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 864 \\
 -801 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 6300 \\
 -5916 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 38400 \\
 -29769 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 863100 \\
 -794144 \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \downarrow \\
 \hline 68956
 \end{array}
 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{24.64} = 4.9638$ दशमलव के चार स्थान तक

या $\sqrt{24.64} = 4.964$ दशमलव के तीन स्थान तक

(घ) हम 148.24 को 148.24000000 के रूप में लिखते हैं।

$$\begin{array}{r}
 12.1753 \\
 \hline
 1 \overline{) 148.24000000} \\
 \underline{-1} \\
 22 \\
 \underline{-44} \\
 241 \\
 \underline{-241} \\
 2427 \\
 \underline{-2427} \\
 24345 \\
 \underline{-24345} \\
 243503 \\
 \underline{-243503} \\
 206991
 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{148.24} = 12.1753$ दशमलव के चार स्थान तक

या $\sqrt{148.24} = 12.175$ दशमलव के तीन स्थान तक

5. (क) $\sqrt{\frac{4}{9}} = \frac{\sqrt{4}}{\sqrt{9}} = \frac{\sqrt{2 \times 2}}{\sqrt{3 \times 3}} = \frac{2}{3}$

= 0.666 दशमलव के तीन स्थान तक

= 0.67 दशमलव के दो स्थान तक

(ख) $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 7}{7 \times 7} = \frac{35}{49}$

$\therefore \sqrt{\frac{35}{49}} = \frac{\sqrt{35}}{7}$

अब हम 35 को 35.000000 लिख सकते हैं।

$$\begin{array}{r}
 5.916 \\
 \hline
 5 \overline{) 35.000000} \\
 \underline{-25} \\
 109 \\
 \underline{-981} \\
 1181 \\
 \underline{-1181} \\
 11826 \\
 \underline{-11826} \\
 944
 \end{array}$$

$\therefore \sqrt{\frac{5}{7}} = \frac{5.916}{7} = 0.8451 = 0.85$ दशमलव के दो स्थान तक

$$(ग) 6\frac{2}{13} = \frac{80}{13} = \frac{80 \times 13}{13 \times 13}$$

$$\therefore \sqrt{6\frac{2}{13}} = \sqrt{\frac{80 \times 13}{13 \times 13}} = \frac{\sqrt{1040}}{13}$$

अब हम 1040 को 1040.000000 लिख सकते हैं।

	3 2. 2 4 9	
3	1040.000000	
	- 9 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
62	140	
	- 124 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
642	16 00	
	- 12 84 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
6444	3 1600	
	- 2 5776 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
64489	582400	
	- 580401 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
	1999	

$$\therefore \sqrt{6\frac{2}{13}} = \frac{32.249}{13} = 2.480 \text{ दशमलव के तीन स्थान तक}$$

$$= 2.48 \text{ दशमलव के दो स्थान तक}$$

$$(घ) 12\frac{13}{24} = \frac{301}{24} = \frac{301 \times 24}{24 \times 24} = \frac{7224}{24 \times 24}$$

$$\therefore \sqrt{12\frac{13}{24}} = \sqrt{\frac{7224}{24 \times 24}} = \frac{\sqrt{7224}}{24}$$

अब हम 7224 को 7224.000000 लिख सकते हैं।

	84. 9 9 4	
8	7224.000000	
	- 64 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
164	824	
	- 656 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
1689	168 00	
	- 152 01 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
16989	15 9900	
	- 15 2901 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
169984	699900	
	- 679936 ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓ ↓	
	19964	

$$\begin{aligned}\therefore \sqrt{12\frac{13}{24}} &= \frac{84.994}{24} = 3.541 \text{ दशमलव के तीन स्थान तक} \\ &= 3.54 \text{ दशमलव के दो स्थान तक}\end{aligned}$$

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (द) 2. (अ) 3. (स) 4. (ब) 5. (ब)

बौद्धिक गणित

$$\begin{aligned}1. \sqrt{7+\sqrt{7+\sqrt{121}}} &= \sqrt{7+\sqrt{7+\sqrt{11\times 11}}} \\ &= \sqrt{7+\sqrt{70+11}} \\ &= \sqrt{7+\sqrt{81}} \\ &= \sqrt{7+\sqrt{9\times 9}} \\ &= \sqrt{7+9} = \sqrt{16} \\ &= \sqrt{4\times 4} = 4\end{aligned}$$

$$2. \sqrt{1089} = 33$$

$$\therefore \sqrt{10.89} + \sqrt{0.1089} = 3.3 + 0.33 = 3.63$$

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

$$1. \sqrt{2401} = \sqrt{7^x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{7\times 7\times 7\times 7} = \sqrt{7^x}$$

$$\Rightarrow \sqrt{7^4} = \sqrt{7^x}$$

$$\Rightarrow x = 4$$

2. पाइथागोरस त्रिक $2m, m^2 - 1$ और $m^2 + 1$ (जहाँ $m > 1$) के अनुसार सबसे छोटी संख्या = 8

$$\text{या } 2m = 8$$

$$\text{या } m = \frac{8}{2} = 4$$

$$\therefore m^2 - 1 = 4^2 - 1 = 16 - 1 = 15$$

$$\therefore m^2 + 1 = 4^2 + 1 = 16 + 1 = 17$$

अतः (8, 15, 17) पाइथागोरस संख्याओं का समूह है।



घन और घनमूल

अभ्यास 4.1

1. (क) $2^3 = 2 \times 2 \times 2 = 8$
 (ख) $12^3 = 12 \times 12 \times 12 = 1728$
 (ग) $18^3 = 18 \times 18 \times 18 = 5832$
 (घ) $32^3 = 32 \times 32 \times 32 = 32768$
 (ङ) $(-5)^3 = (-5) \times (-5) \times (-5) = -125$
 (च) $(-9)^3 = (-9) \times (-9) \times (-9) = -729$
 (छ) $(-8)^3 = (-8) \times (-8) \times (-8) = -512$
 (ज) $(-10)^3 = (-10) \times (-10) \times (-10) = -1000$

2. (क) 343 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$343 = 7 \times 7 \times 7 = 7^3$$

इसलिए 343 एक पूर्ण घन है।

- (ख) 516 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$516 = 2 \times 2 \times 3 \times 43$$

$$= 2^2 \times 3 \times 43$$

इसलिए 516 एक पूर्ण घन नहीं है।

- (ग) 1029 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$1029 = 3 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$= 3 \times 7^3$$

इसलिए 1029 एक पूर्ण घन नहीं है।

- (घ) 975 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$975 = 3 \times 5 \times 5 \times 13$$

$$= 3 \times 5^2 \times 13$$

इसलिए 975 एक पूर्ण घन नहीं है।

- (ङ) 1331 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$1331 = 11 \times 11 \times 11 = 11^3$$

इसलिए 1331 एक पूर्ण घन है।

$$\begin{array}{r|l} 7 & 343 \\ & 49 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 2 & 516 \\ & 258 \\ \hline 3 & 129 \\ \hline 43 & 43 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 1029 \\ & 343 \\ \hline 7 & 49 \\ \hline 7 & 7 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 3 & 975 \\ & 325 \\ \hline 5 & 65 \\ \hline 13 & 13 \\ \hline & 1 \end{array}$$

$$\begin{array}{r|l} 11 & 1331 \\ & 121 \\ \hline 11 & 11 \\ \hline & 1 \end{array}$$

(च) 8000 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर-

$$8000 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5 \times 5$$
$$= 2^3 \times 2^3 \times 5^3$$

इसलिए 8000 एक पूर्ण घन है।

2	8000
2	4000
2	2000
2	1000
2	500
2	250
5	125
5	25
5	5
	1

(छ) 2744 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर-

$$2744 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$$
$$= 2^3 \times 7^3$$

इसलिए 2744 एक पूर्ण घन है।

2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

(ज) 74088 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर-

$$74088 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 7 \times 7 \times 7$$
$$= 2^3 \times 3^3 \times 7^3$$

इसलिए 74088 एक पूर्ण घन है।

2	74088
2	37044
2	18522
3	9261
3	3087
3	1029
7	343
7	49
7	7
	1

3. 864 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर-

$$864 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

यहाँ तिकड़ी के समूह को बनाने के लिए 2 की गुणा करनी पड़ेगी।

यदि संख्या में 2 की गुणा करेंगे, तो हम पाएँगे-

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 2 है।

2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

4. हम जानते हैं कि सभी ऋणात्मक संख्याओं के घन ऋणात्मक होते हैं।

इसलिए (ख) -27, (ग) -729, (च) -4096 तथा

(छ) -1728 ऋणात्मक संख्याओं के घन हैं।

अभ्यास 4.2

1. (क) $125 - 1 = 124$
 $124 - 7 = 117$
 $117 - 19 = 98$
 $98 - 37 = 61$
 $61 - 61 = 0$

क्योंकि 0 को प्राप्त करने के लिए हमने पाँच बार घटाया है।
 अतः $\sqrt[3]{125} = 5$

(ग) $729 - 1 = 728$
 $728 - 7 = 721$
 $721 - 19 = 702$
 $702 - 37 = 665$
 $665 - 61 = 604$
 $604 - 91 = 513$
 $513 - 127 = 386$
 $386 - 169 = 217$
 $217 - 217 = 0$

क्योंकि 0 को प्राप्त करने के लिए हमने नौ बार घटाया है।
 अतः $\sqrt[3]{729} = 9$

2. (क) 1331 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर-

$$1331 = 11 \times 11 \times 11$$

$$\therefore \sqrt[3]{1331} = 11$$

अतः 1331 का घनमूल 11 है।

(ख) 1728 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर-

$$1728 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

$$\therefore \sqrt[3]{1728} = 2 \times 2 \times 3 = 12$$

अतः 1728 का घनमूल 12 है।

(ख) $343 - 1 = 342$
 $342 - 7 = 335$
 $335 - 19 = 316$
 $316 - 37 = 279$
 $279 - 61 = 218$
 $218 - 91 = 127$

$$127 - 127 = 0$$

क्योंकि 0 को प्राप्त करने के लिए हमने सात बार घटाया है।

$$\text{अतः } \sqrt[3]{343} = 7$$

(घ) $512 - 1 = 511$
 $511 - 7 = 504$
 $504 - 19 = 485$
 $485 - 37 = 448$
 $448 - 61 = 387$
 $387 - 91 = 296$
 $296 - 127 = 169$
 $169 - 169 = 0$

क्योंकि 0 को प्राप्त करने के लिए हमने आठ बार घटाया है।

$$\text{अतः } \sqrt[3]{512} = 8$$

11	1331
11	121
11	11
	1

2	1728
2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(ग) 2197 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर-

$$2197 = 13 \times 13 \times 13$$

$$\therefore \sqrt[3]{2197} = 13$$

अतः 2197 का घनमूल 13 है।

13	2197
13	169
13	13
	1

(घ) 2744 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर-

$$2744 = 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$$

$$\therefore \sqrt[3]{2744} = 2 \times 7 = 14$$

अतः 2744 का घनमूल 14 है।

2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

3. (क) 432 को अभाज्य गुणनखण्ड में बदलने पर-

$$432 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

यहाँ तिकड़ी के समूह को बनाने के लिए संख्या में 2×2 की गुणा करनी होगी।

यदि 432 में 2×2 की गुणा करेंगे, तो हम पाएँगे-

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या $2 \times 2 = 4$ है।

2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(ख) 675 को अभाज्य गुणनखण्ड में बदलने पर-

$$675 = 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5$$

यहाँ तिकड़ी के समूह को बनाने के लिए संख्या में 5 की गुणा करनी होगी।

यदि 675 में 5 की गुणा करेंगे, तो हम पाएँगे-

$$3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 5 है।

3	675
3	225
3	75
5	25
5	5
	1

(ग) 864 को अभाज्य गुणनखण्ड में बदलने पर-

$$864 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

यहाँ तिकड़ी के समूह को बनाने के लिए संख्या में 2 से गुणा करनी होगी।

यदि 864 में 2 से गुणा करेंगे, तो हम पाएँगे-

$$2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 2 है।

2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(घ) 6125 को अभाज्य गुणनखण्ड में बदलने पर—

$$6125 = 5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7$$

यहाँ तिकड़ी के समूह को बनाने के लिए 7 की गुणा करनी पड़ेगी।

यदि 6125 में 7 की गुणा करेंगे, तो हम पाएँगे—

$$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 7 है।

5	6125
5	1225
5	245
7	49
7	7
	1

4. (क) 256 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$256 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

गुणनखण्डों की तिकड़ी बनाने पर 2×2 शेष रह जाते हैं।

अतः यदि हम संख्या में $2 \times 2 = 4$ से भाग देते हैं,

तो संख्या पूर्ण घन बन जाती है।

$$\therefore 256 \div 4 = 64$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 4 है।

2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(ख) 864 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$864 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3$$

गुणनखण्डों की तिकड़ी बनाने पर 2×2 शेष रह जाते हैं।

अतः यदि हम संख्या में $2 \times 2 = 4$ से भाग देते हैं,

तो संख्या पूर्ण घन बन जाती है।

$$\therefore 864 \div 4 = 216$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 4 है।

2	864
2	432
2	216
2	108
2	54
3	27
3	9
3	3
	1

(ग) 1024 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$1024 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

गुणनखण्डों की तिकड़ी बनाने पर 2 शेष रह जाता है।

अतः यदि हम संख्या में 2 से भाग देते हैं, तो संख्या

पूर्ण घन बन जाती है।

$$\therefore 1024 \div 2 = 512$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 2 है।

2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(घ) 5488 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$5488 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 7$$

गुणनखण्डों की तिकड़ी बनाने पर 2 शेष रह जाता है।

अतः यदि हम संख्या में 2 से भाग देते हैं, तो संख्या पूर्ण घन बन जाती है।

$$\therefore 5488 \div 2 = 2744$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 2 है।

2	5488
2	2744
2	1372
2	686
7	343
7	49
7	7
	1

5. (क) 1600 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$1600 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$= 2^3 \times 2^3 \times 5^2$$

इसलिए 1600 एक घन नहीं है।

2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

(ख) 6400 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$6400 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 5 \times 5$$

$$= 2^3 \times 2^3 \times 2^2 \times 5^2$$

इसलिए 6400 एक घन नहीं है।

2	6400
2	3200
2	1600
2	800
2	400
2	200
2	100
2	50
5	25
5	5
	1

(ग) 9000 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$9000 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$= 2^3 \times 3^2 \times 5^3$$

इसलिए 9000 एक घन नहीं है।

2	9000
2	4500
2	2250
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

(घ) 27000 को अभाज्य गुणनखण्डों में बदलने पर—

$$27000 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 5 \times 5 \times 5$$

$$= 2^3 \times 3^3 \times 5^3$$

इसलिए 27000 एक घन है।

2	27000
2	13500
2	6750
3	3375
3	1125
3	375
5	125
5	25
5	5
	1

अभ्यास 4.3

1. (क) $729 = \underline{3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3} = 3^3 \times 3^3$

$$\therefore \sqrt[3]{-729} = \sqrt[3]{(-1)^3 \times \sqrt[3]{729}}$$

$$= (-1) \times \sqrt[3]{3^3 \times 3^3}$$

$$= (-1) \times 3 \times 3$$

$$= -9$$

3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

(ख) $4096 = \underline{2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2}$

$$= 2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{-4096} = \sqrt[3]{(-1)^3 \times \sqrt[3]{4096}}$$

$$= (-1) \times \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 2^3}$$

$$= (-1) \times 2 \times 2 \times 2 \times 2$$

$$= -16$$

2	4096
2	2048
2	1024
2	512
2	256
2	128
2	64
2	32
2	16
2	8
2	4
2	2
	1

(ग) $5832 = \underline{2 \times 2 \times 2 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3 \times 3}$

$$= 2^3 \times 3^3 \times 3^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{-5832} = \sqrt[3]{(-1)^3 \times \sqrt[3]{5832}}$$

$$= (-1) \times \sqrt[3]{2^3 \times 3^3 \times 3^3}$$

$$= (-1) \times 2 \times 3 \times 3$$

$$= -18$$

2	5832
2	2916
2	1458
3	729
3	243
3	81
3	27
3	9
3	3
	1

$$\begin{aligned}
 \text{(घ)} \quad 17576 &= 2 \times 2 \times 2 \times 13 \times 13 \times 13 \\
 &= 2^3 \times 13^3 \\
 \therefore \sqrt[3]{-17576} &= \sqrt[3]{(-1)^3 \times \sqrt[3]{17576}} \\
 &= (-1) \times \sqrt[3]{2^3 \times 13^3} \\
 &= (-1) \times 2 \times 13 \\
 &= -26
 \end{aligned}$$

2	17576
2	8788
2	4394
13	2197
13	169
13	13
	1

$$\begin{aligned}
 \text{2. (क)} \quad \sqrt[3]{216 \times 64} &= \sqrt[3]{216} \times \sqrt[3]{64} = \sqrt[3]{6^3} \times \sqrt[3]{4^3} \\
 &= 6 \times 4 = 24
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ख)} \quad \sqrt[3]{729 \times (-1728)} &= \sqrt[3]{729} \times \sqrt[3]{(-1)^3} \times \sqrt[3]{1728} \\
 &= \sqrt[3]{9^3} \times \sqrt[3]{(-1)^3} \times \sqrt[3]{12^3} \\
 &= 9 \times (-1) \times 12 \\
 &= -108
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ग)} \quad \sqrt[3]{(-216) \times 1728} &= \sqrt[3]{216} \times \sqrt[3]{(-1)^3} \times \sqrt[3]{1728} \\
 &= \sqrt[3]{6^3} \times \sqrt[3]{(-1)^3} \times \sqrt[3]{12^3} \\
 &= 6 \times (-1) \times 12 \\
 &= -72
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(घ)} \quad \sqrt[3]{(-125) \times (-3375)} &= \sqrt[3]{125} \times \sqrt[3]{(-1)^3} \times \sqrt[3]{3375} \times \sqrt[3]{(-1)^3} \\
 &= \sqrt[3]{5^3} \times \sqrt[3]{(-1)^3} \times \sqrt[3]{15^3} \times \sqrt[3]{(-1)^3} \\
 &= 5 \times (-1) \times 15 \times (-1) \\
 &= 75
 \end{aligned}$$

$$\text{3. (क)} \quad 0.001 = \frac{1}{1000} = \frac{1 \times 1 \times 1}{10 \times 10 \times 10} = \left(\frac{1}{10}\right)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{0.001} = \sqrt[3]{\left(\frac{1}{10}\right)^3} = \frac{1}{10} = 0.1$$

$$\text{(ख)} \quad 2.744 = \frac{2744}{1000} = \frac{14 \times 14 \times 14}{10 \times 10 \times 10} = \left(\frac{14}{10}\right)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{2.744} = \sqrt[3]{\left(\frac{14}{10}\right)^3} = \frac{14}{10} = 1.4$$

$$\text{(ग)} \quad 0.000729 = \frac{729}{1000000} = \frac{9 \times 9 \times 9}{100 \times 100 \times 100} = \left(\frac{9}{100}\right)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{0.000729} = \sqrt[3]{\left(\frac{9}{100}\right)^3} = \frac{9}{100} = 0.09$$

$$\begin{aligned} \text{(घ)} \quad 0.004096 &= \frac{4096}{1000000} \\ &= \frac{16 \times 16 \times 16}{100 \times 100 \times 100} = \left(\frac{16}{100}\right)^3 \end{aligned}$$

$$\therefore \sqrt[3]{0.004096} = \sqrt[3]{\left(\frac{16}{100}\right)^3} = \frac{16}{100} = 0.16$$

$$4. \text{ (क)} \quad \frac{125}{2197} = \frac{5 \times 5 \times 5}{13 \times 13 \times 13} = \left(\frac{5}{13}\right)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{\frac{125}{2197}} = \sqrt[3]{\left(\frac{5}{13}\right)^3} = \frac{5}{13}$$

$$\text{(ख)} \quad \frac{-64}{1331} = \frac{(-4) \times (-4) \times (-4)}{11 \times 11 \times 11} = \left(\frac{-4}{11}\right)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{\frac{-64}{1331}} = \sqrt[3]{\left(\frac{-4}{11}\right)^3} = \frac{-4}{11}$$

$$\text{(ग)} \quad 2 \frac{93}{125} = \frac{343}{125} = \frac{7 \times 7 \times 7}{5 \times 5 \times 5} = \left(\frac{7}{5}\right)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{2 \frac{93}{125}} = \sqrt[3]{\left(\frac{7}{5}\right)^3} = \frac{7}{5} = 1 \frac{2}{5}$$

$$\text{(घ)} \quad 4 \frac{12}{125} = \frac{512}{125} = \frac{8 \times 8 \times 8}{5 \times 5 \times 5} = \left(\frac{8}{5}\right)^3$$

$$\therefore \sqrt[3]{4 \frac{12}{125}} = \sqrt[3]{\left(\frac{8}{5}\right)^3} = \frac{8}{5} = 1 \frac{3}{5}$$

$$\begin{aligned} 5. \quad \sqrt[3]{\frac{0.008}{0.027}} + \sqrt{\frac{0.09}{0.04}} + \frac{5}{9} &= \sqrt[3]{\frac{0.2 \times 0.2 \times 0.2}{0.3 \times 0.3 \times 0.3}} + \sqrt{\frac{0.3 \times 0.3}{0.2 \times 0.2}} + \frac{5}{9} \\ &= \frac{0.2}{0.3} + \frac{0.3}{0.2} + \frac{5}{9} = \frac{2}{3} + \frac{3}{2} + \frac{5}{9} \\ &= \frac{2 \times 6 + 3 \times 9 + 5 \times 2}{18} \\ &= \frac{12 + 27 + 10}{18} = \frac{49}{18} \end{aligned}$$

6. 875 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर—

$$875 = 5 \times 5 \times 5 \times 7$$

यहाँ 7 तीन के समूह में नहीं है।

यदि हम 875 में 7×7 से गुणा करते हैं, तो हमें निम्नलिखित संख्या प्राप्त होती है—

$$5 \times 5 \times 5 \times 7 \times 7 \times 7, \text{ जो एक पूर्ण घन है।}$$

अतः छोटी से छोटी संख्या, जिसकी – 875 में गुणा करने पर वह पूर्ण घन बन जाए, 7×7 अर्थात् 49 है।

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (द) 2. (स) 3. (स) 4. (ब) 5. (स)

बौद्धिक गणित

1. 81 के अभाज्य गुणनखण्ड करने पर—

$$81 = 3 \times 3 \times 3 \times 3$$

गुणनखण्डों की तिकड़ी बनाने पर 3 शेष रह जाता है।

अतः यदि हम संख्या में 3 से भाग देते हैं, तो संख्या

पूर्ण घन बन जाती है।

$$\therefore 81 \div 3 = 27$$

जो एक पूर्ण घन है।

अतः अभीष्ट संख्या 3 है।

2. $\sqrt[3]{9 \times 375} = \sqrt[3]{3375} = \sqrt[3]{15 \times 15 \times 15} = \sqrt[3]{15^3} = 15$

अतः 9×375 का घनमूल 15 है।

3	81
3	27
3	9
3	3
	1

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. $\sqrt[3]{392} \times \sqrt[3]{448} = \sqrt[3]{392 \times 448}$

$$= \sqrt[3]{2 \times 2 \times 2 \times 7 \times 7 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 7}$$

$$= \sqrt[3]{2^3 \times 2^3 \times 2^3 \times 7^3} = 2 \times 2 \times 2 \times 7 = 56$$

2. $\sqrt[3]{\sqrt{15625}} = \sqrt[3]{\sqrt{125 \times 125}}$

$$= \sqrt[3]{125} = \sqrt[3]{5 \times 5 \times 5} = 5$$



संख्याओं के साथ खेलना

अभ्यास 5.1

1. (क) पृथ्वी से सूर्य की दूरी = 149,600,000,000 मी
 $= 1.496 \times 10^{11}$ मी
 - (ख) पृथ्वी से चंद्रमा की लगभग दूरी = 384,467,000 मी
 $= 3.84467 \times 10^8$ मी
 - (ग) सूर्य की औसत त्रिज्या = 6950000 मी
 $= 6.95 \times 10^6$ मी
 - (घ) कंप्यूटर चिप पर तार का व्यास = 0.000003 मी
 $= 3 \times 10^{-6}$ मी
 - (ङ) जीवाणु का आकार = 0.0000005 मी
 $= 5 \times 10^{-7}$ मी
 - (च) इलेक्ट्रॉन का आवेश = 0.000,000,000,000,000,000,160 कूलॉम
 $= 1.6 \times 10^{-19}$ कूलॉम
 - (छ) एक माइक्रोन = $\frac{1}{1000000}$ मी
 $= \frac{1}{10^6}$ मी = 1×10^{-6} मी
2. (क) पादप कोशिका की माप = 1.275×10^{-5} मी
 $= 0.00001275$ मी
 - (ख) लाल रक्त कोशिका की माप = 7×10^{-6} मी
 $= 0.000007$ मी
 - (ग) कंप्यूटर चिप पर तार का व्यास = 3×10^{-6} मी
 $= 0.000003$ मी
 - (घ) एक सामान्य कागज की मोटाई = 7×10^{-5} मी
 $= 0.00007$ मी
 - (ङ) पृथ्वी का व्यास = 1.2756×10^7 मी
 $= 12756000$ मी
3. सूर्य और पृथ्वी के बीच की दूरी = 1.496×10^{11} मी
 पृथ्वी और चन्द्रमा के बीच की दूरी = 3.84×10^8 मी
 सूर्यग्रहण के समय चन्द्रमा और सूर्य के बीच की दूरी

$$\begin{aligned}
&= \text{पृथ्वी और सूर्य के बीच की दूरी} - \text{पृथ्वी और चन्द्रमा के बीच की दूरी} \\
&= 1.496 \times 10^{11} - 3.84 \times 10^8 \\
&= 1.496 \times 1000 \times 10^8 - 3.84 \times 10^8 \\
&= 1496 \times 10^8 - 3.84 \times 10^8 \\
&= (1496 - 3.84) \times 10^8 \text{ मी} \\
&= 1492.16 \times 10^8 \text{ मी} \\
&= 1.49216 \times 1000 \times 10^8 \text{ मी} \\
&= 1.49216 \times 10^{11} \text{ मी}
\end{aligned}$$

4. (क) इकाई के स्तम्भ में 'b' कोई 0 से 9 तक की संख्या हो सकती है 6 4
 क्योंकि $4 + b = 2$ इसलिए $b, 8$ होना चाहिए, क्योंकि $4 + 8 = 12$, $\frac{+ a b}{9 2}$
 जिसमें 2 इकाई के स्थान पर होना चाहिए तथा 1 को अगले अंक
 के लिए प्रयोग किया जाएगा। अब दहाई के अंक $6 + a = 9$ में, $a, 2$ होगा
 क्योंकि $6 + 1 + 2 = 9$ है।

अतः $a = 2$ और $b = 8$

- (ख) इकाई के स्तम्भ में 'a' कोई 0 से 9 तक की संख्या हो सकती है 4 5
 क्योंकि $5 + a = 2$ इसलिए $a, 7$ होना चाहिए, क्योंकि $5 + 7 = 12$, $\frac{+ 3 a}{b 2}$
 जिसमें 2 इकाई के स्थान पर होना चाहिए तथा 1 को अगले अंक
 के लिए प्रयोग किया जाएगा। अब दहाई के अंक $4 + 3 = b$ में, $b, 8$ होगा
 क्योंकि $4 + 3 + 1 = 8$ है।

अतः $a = 7$ और $b = 8$

- (ग) इकाई के स्तम्भ में 'a' कोई 0 से 9 तक की संख्या हो सकती है 3 a
 क्योंकि $a + 6 = 1$ इसलिए $a, 5$ होना चाहिए, क्योंकि $5 + 6 = 11$, $\frac{+ b 6}{8 1}$
 जिसमें 1 इकाई के स्थान पर होना चाहिए तथा दूसरे 1 को अगले
 अंक के लिए प्रयोग किया जाएगा। अब दहाई के अंक $3 + b = 8$ में, $b, 4$
 होगा क्योंकि $3 + 4 + 1 = 8$ है।

अतः $a = 5$ और $b = 4$

- (घ) इकाई के स्तम्भ में 'b' कोई 0 से 9 तक की संख्या हो सकती है a 1
 क्योंकि $1 + b = 0$ इसलिए $b, 9$ होना चाहिए, क्योंकि $1 + 9 = 10$, $\frac{+ 1 b}{b 0}$
 जिसमें 0 इकाई के स्थान पर होना चाहिए तथा 1 को अगले अंक
 के लिए प्रयोग किया जाएगा। अब दहाई के अंक $a + 1 = 9$ में, $a, 7$ होगा,
 क्योंकि $7 + 1 + 1 = 9$ है।

अतः $a = 7$ और $b = 9$

5. (क) यहाँ $b + 8 = 3, 5 + 8$ का योग 13 होगा। इस प्रकार $b = 5$ तथा 1 2 a b
 को दहाई के अंक के लिए प्रयोग किया जाएगा। अब $\frac{+ c 7 8}{7 1 3}$
 $a + 1 + 7 = 1$, पुनः $3 + 8$ का योग 11 होगा।

अतः $a = 3$ और 1 को सैकड़ के अंक के लिए प्रयोग किया जाएगा।

$$2 + 1 + c = 7$$

$$\therefore c = 4$$

अतः $a = 3, b = 5$ और $c = 4$

- (ख) यहाँ $2 + c = 9, 2 + 7$ का योग 9 होगा। इस प्रकार $c = 7$ होगा।
$$\begin{array}{r} 432 \\ + abc \\ \hline 809 \end{array}$$

अब $3 + b = 0, 3 + 7$ का योग 10 होगा।
अतः $b = 7$ और 1 को सैकड़ों के अंक के लिए प्रयोग किया जाएगा।

अब सैकड़ों के अंक में $4 + a = 8$, जहाँ $a = 3$ होगा क्योंकि $4 + 3 + 1 = 8$ है।

अतः $a = 3, b = 7$ और $c = 7$

- (ग) यहाँ $a + 3 = 1, 8 + 3$ का योग 11 होगा। इस प्रकार $a = 8$ तथा 1 को दहाई के अंक के लिए प्रयोग किया जाएगा।
$$\begin{array}{r} 31a \\ + 1a3 \\ \hline 501 \end{array}$$

अब $1 + 1 + 8 = 10$, इस प्रकार दहाई स्तम्भ के योग में 0 होगा तथा 1 को सैकड़ों के अंक के लिए प्रयोग किया जाएगा। $1 + 3 + 1 = 5$

$$\therefore a = 8$$

- (घ) यहाँ इकाई स्तम्भ में $a + b = 9$ तथा दहाई स्तम्भ में $2 + a = 0$ या $2 + 8 = 10$, इसलिए इकाई स्तम्भ में $8 + b = 9$ या $8 + 1 = 9$, दहाई के स्तम्भ का 1 सैकड़ों के अंक के लिए प्रयोग किया जाएगा। अब $1 + 1 + 6 = 8$
$$\begin{array}{r} 12a \\ + 6ab \\ \hline a09 \end{array}$$

अतः $a = 8$ और $b = 1$

6. (क) इकाई के स्थान पर $a - 5 = 6$, यहाँ $a, 5$ से बड़ा है, अतः हम दहाई स्थान से उधार लेते हैं।
$$\begin{array}{r} 53a \\ - 1b5 \\ \hline c96 \end{array}$$

इस प्रकार, $10 + a - 5 = 6$

$$\therefore a = 1$$

अब दहाई के स्थान पर हम प्राप्त करते हैं-

$$3 - 1 - b = 9$$

$$\therefore 2 - b = 9$$

पुनः हम सैकड़ों के स्थान से उधार लेते हैं।

$$\therefore 10 + 2 - b = 9 \text{ या } b = 3$$

सैकड़ों के स्थान पर,

$$5 - 1 - 1 = c$$

$$\therefore c = 3$$

अतः $a = 1, b = 3$ और $c = 3$

- (ख) इकाई के स्थान पर $a - 1 = 4$, यहाँ $a, 1$ से बड़ा है।
$$\begin{array}{r} c3a \\ - 2b1 \\ \hline 564 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a - 1 = 4 \\ \hline a = 5 \end{array}$$

अब दहाई के स्थान पर $3-b=6$, यहाँ 3, b से बड़ा है, अतः हम सैकड़े से उधार लेते हैं।

इस प्रकार, $10+3-b=6$

$$\therefore b=7$$

अब सैकड़े के स्थान पर हम प्राप्त करते हैं—

$$c-1-2=5$$

$$\therefore c=8$$

अतः $a=5, b=7$ और $c=8$

(ग) इकाई के स्थान पर $a-8=7$, यहाँ $a, 8$ से बड़ा है, अतः

हम दहाई स्थान से उधार लेते हैं।

इस प्रकार, $10+a-8=7$

$$\therefore a=5$$

अब दहाई के स्थान पर हम प्राप्त करते हैं—

$$6-1-b=9$$

$$\therefore 5-b=9$$

पुनः हम सैकड़े के स्थान से उधार लेते हैं।

$$\therefore 10+5-b=9$$

$$\text{या } b=6$$

सैकड़े के स्थान पर

$$8-1-5=c$$

$$\text{या } c=2$$

अतः $a=5, b=6$ और $c=2$

(घ) इकाई के स्थान पर $8-5=c$ या $8-5=3$

$$\therefore c=3$$

अब दहाई के स्थान पर

$$3-b=2$$

$$\therefore b=1$$

अब सैकड़े के स्थान पर

$$a-7=2$$

$$\therefore a=9$$

अतः $a=9, b=1$ और $c=3$

7. (क) इकाई के स्तम्भ में, यदि $a=5$

तब, $3 \times 5 = 15$

5 को इकाई के अंक के स्थान पर लिखते हैं तथा 1 को दहाई के

अंक के साथ प्रयोग किया जाएगा।

अब दहाई के स्थान पर प्राप्त करते हैं—

$$b \times a + 1 = 1$$

चूँकि सैकड़े के स्थान पर 1 लिखा है। इसलिए दो संभावनाएँ हैं—

$$a=5 \text{ अथवा } 2$$

$$b=2 \text{ अथवा } 5$$

$$\begin{array}{r} 86a \\ -5b8 \\ \hline c97 \end{array}$$

$$\begin{array}{r} a38 \\ -7b5 \\ \hline 22c \end{array}$$

$$\begin{array}{r} b3 \\ \times ca \\ \hline 115 \\ 92 \times \\ \hline 1035 \end{array}$$

परन्तु इकाई के स्थान पर a का मान 5 है।

$$\therefore a = 5 \text{ तथा } b = 2$$

तब, $5 \times 2 + 1 = 11$

अब, दहाई के स्तम्भ में $c \times 3$ है, यदि $c = 4$ हो तो

$$4 \times 3 = 12$$

यहाँ 2 को दहाई के स्थान पर लिखते हैं तथा 1 को अगले अंक के साथ प्रयोग किया जाएगा।

अब हम प्राप्त करते हैं—

$$c \times b + 1 = 9$$

चूँकि b का मान 2 प्राप्त कर चुके हैं।

$\therefore c$ का संभावित मान 4 है।

अब $4 \times 2 + 1 = 9$

अतः $a = 5, b = 2$ और $c = 4$

(ख) इकाई के स्तम्भ में, यदि $a = 5$

तब, $3 \times 5 = 15$

5 को इकाई के अंक के स्थान पर रखते हैं तथा

1 को दहाई के अंक के साथ प्रयोग किया जाएगा।

अब दहाई के स्थान पर प्राप्त करते हैं।

$$b \times 35 = 70$$

$$\therefore b = 2$$

अतः $a = 5$ और $b = 2$

(ग) इकाई के स्तम्भ में $3 \times b = 9$

$$\therefore b = 3$$

अब $3 \times a = 2$ या $3 \times 4 = 12$

2 को दहाई के स्थान पर रखकर 1 को सैकड़े के अंक के लिए प्रयोग किया जाएगा।

$$3 \times 1 + 1 = 4$$

$$\therefore a = 4 \text{ होगा।}$$

अतः $a = 4$ और $b = 3$

(घ) इकाई के स्तम्भ में, यदि $a \times 7 = 8$ है।

$\therefore a$ का मान 4 होगा।

अब, $4 \times 7 = 28$

अतः 8 को इकाई के स्थान पर लिखा गया है तथा 2 का प्रयोग

दहाई के स्तम्भ में करेंगे।

अब, $7 \times 2 + 2 = 16$

अतः 6 को दहाई के स्थान पर लिखा गया है तथा 1 का प्रयोग सैकड़े के स्तम्भ में करेंगे।

अब, $7 \times b + 1 = 8$

ऐसा सभी सम्भव है, जब $b = 1$, क्योंकि 8 से आगे कोई अंक नहीं है।

$$\therefore 7 \times 1 + 1 = 8$$

अब, दहाई के स्तम्भ में-

$$0 \times a = 0; 0 \times 2 = 0 \text{ तथा } 0 \times b = 0$$

अब, सैकड़े के स्तम्भ में-

$$c \times a = 8 \Rightarrow c \times 4 = 8$$

अतः c के संभावित मान 2 अथवा 7 हैं।

जब $c = 2$, तब

$$2 \times 4 = 8$$

जब $c = 7$, तब

$$7 \times 4 = 28$$

यदि $c = 7$ हो, तब 8 को सैकड़े के स्थान पर लिखा गया है तथा 2 को अगले स्तम्भ के साथ प्रयोग करेंगे।

$$\text{इस प्रकार } c \times 2 + 2 = 4$$

c का मान रखने पर-

$$7 \times 2 + 2 \neq 4$$

अतः $c = 7$ सम्भव नहीं है।

$\therefore c$ का मान 2 है।

$$\text{अतः } a = 4, b = 1 \text{ तथा } c = 2$$

$$8. \quad a + b = 640 \quad \dots(i)$$

दिया है, $a = b + 100$

$$\text{या } a - b = 100 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) व (ii) को जोड़ने पर-

$$2a = 640 + 100 = 740$$

$$\text{या } a = \frac{740}{2} = 370$$

$$\text{समी० (i) से, } b = 640 - 370 = 270$$

$$\text{अतः } a = 370 \text{ तथा } b = 270$$

$$9. \quad p - q = 120 \quad \dots(i)$$

$$p + q = 720 \quad \dots(ii)$$

समी० (i) व (ii) को जोड़ने पर-

$$2p = 120 + 720 = 840$$

$$\text{या } p = 420$$

$$\text{समी० (ii) से, } q = 720 - 420$$

$$= 300$$

$$\text{अतः } p = 420 \text{ तथा } q = 300$$

10. माना वह संख्या x है।

$$\text{प्रश्नानुसार, } 5(x + 6) = 120$$

$$\text{या } 5x + 30 = 120$$

$$\text{या } 5x = 120 - 30 = 90$$

या
$$x = \frac{90}{5} = 18$$

अतः संख्या 18 है।

11. लीप वर्ष में फरवरी माह में दिनों की संख्या = 29

1 फरवरी से 1 मार्च तक दिनों की कुल संख्या = 29 दिन + 1 दिन = 30 दिन
अब, 1 फरवरी, 8 फरवरी, 15 फरवरी, 22 फरवरी तथा 29 फरवरी को सोमवार है।
∴ 1 मार्च को मंगलवार होगा।

अतः उत्तर नहीं है।

12.
$$x \times y = 8 \quad \dots(i)$$

$$y \times z = -2 \quad \dots(ii)$$

$$x \times z = -16 \quad \dots(iii)$$

समी० (i) में समी० (ii) से भाग देने पर-

$$\frac{x \times y}{y \times z} = \frac{8}{-2}$$

या
$$\frac{x}{z} = -4 \quad \dots(iv)$$

समी० (iii) व समी० (iv) की गुणा करने पर-

$$\frac{x}{z} \times x \times z = (-4) \times (-16) = 64$$

या
$$x^2 = 64 \Rightarrow x = 8$$

अब, समी० (i) से, $y = \frac{8}{8} = 1$

समी० (ii) से, $z = \frac{-2}{1} = -2$

अतः $x = 8, y = 1, z = -2$

अभ्यास 5.2

1. (क) 918

इकाई का अंक 8 है, अतः संख्या 2 से विभाज्य है।

अंकों का योग = $9+1+8=18$, जो 9 से विभाज्य है।

अतः 918, 9 से विभाज्य है।

918 में इकाई का अंक 0 नहीं है।

∴ 918, 10 से विभाज्य नहीं है।

अतः 918, 2 तथा 9 से विभाज्य है परन्तु 10 से विभाज्य नहीं है।

(ख) 104

इकाई का अंक 4 है, अतः संख्या 2 से विभाज्य है।

अंकों का योग = $1+0+4=5$, जो 9 से विभाज्य नहीं है।

- 104 में इकाई का अंक 0 नहीं है।
 \therefore 104, 10 से विभाज्य नहीं है।
 अतः 104, 2 से विभाज्य है परन्तु 9 तथा 10 से विभाज्य नहीं है।
- (ग) 144
 इकाई का अंक 4 है, अतः संख्या 2 से विभाज्य है।
 अंकों का योग $= 1+4+4=9$, जो 9 से विभाज्य है।
 144 में इकाई का अंक 0 नहीं है।
 \therefore 144, 10 से विभाज्य नहीं है।
 अतः 144, 2 तथा 9 से विभाज्य है परन्तु 10 से विभाज्य नहीं है।
- (घ) 600
 इकाई का अंक 0 है, अतः संख्या 2 से विभाज्य है।
 अंकों का योग $= 6+0+0=6$, जो 9 से विभाज्य नहीं है।
 600 में इकाई का अंक 0 है।
 \therefore 600, 10 से विभाज्य है।
 अतः 600, 2 तथा 10 से विभाज्य है परन्तु 9 से विभाज्य नहीं है।
- (ङ) 468
 इकाई का अंक 8 है, अतः संख्या 2 से विभाज्य है।
 अंकों का योग $= 4+6+8=18$, जो 9 से विभाज्य है।
 468 में इकाई का अंक 0 नहीं है।
 \therefore 468, 10 से विभाज्य नहीं है।
 अतः 468, 2 तथा 9 से विभाज्य है परन्तु 10 से विभाज्य नहीं है।
- (च) 270
 इकाई का अंक 0 है, अतः संख्या 2 से विभाज्य है।
 अंकों का योग $= 2+7+0=9$, जो 9 से विभाज्य है।
 270 में इकाई का अंक 0 है।
 \therefore 270, 10 से विभाज्य है।
 अतः 270, 2, 9 और 10 से विभाज्य है।
- (छ) 432
 इकाई का अंक 2 है, अतः संख्या 2 से विभाज्य है।
 अंकों का योग $= 4+3+2=9$, जो 9 से विभाज्य है।
 432 में इकाई का अंक 0 नहीं है।
 \therefore 432, 10 से विभाज्य नहीं है।
 अतः 432, 2 तथा 9 से विभाज्य है। परन्तु 10 से विभाज्य नहीं है।
- (ज) 630
 इकाई का अंक 0 है, अतः संख्या 2 से विभाज्य है।
 अंकों का योग $= 6+3+0=9$, जो 9 से विभाज्य है।
 630 में इकाई का अंक 0 है।
 \therefore 630, 10 से विभाज्य है।
 अतः 630, 2, 9 और 10 से विभाज्य है।

2. किसी संख्या का इकाई का अंक, यदि 0, 2, 4, 6 अथवा 8 है तो वह संख्या 2 से विभाजित होती है। अतः
- (क) 82, 2 से विभाज्य है।
 (ख) 99, 2 से विभाज्य नहीं है।
 (ग) 210, 2 से विभाज्य है।
 (घ) 307, 2 से विभाज्य नहीं है।
 (ङ) 1244, 2 से विभाज्य है।
 (च) 1367, 2 से विभाज्य नहीं है।
 (छ) 1479, 2 से विभाज्य नहीं है।
 (ज) 1532, 2 से विभाज्य है।
3. हम जानते हैं कि जिस संख्या का इकाई का अंक 5 अथवा 0 हो, तो वह संख्या 5 से विभाजित होती है।
 अतः 5 से विभाजित संख्याएँ निम्नलिखित हैं—
 (ख) 395, (घ) 1310, (ङ) 2105, (छ) 4500
4. हम जानते हैं कि किसी संख्या के अंकों का योग, यदि 3 से विभाजित है, तो वह संख्या 3 से विभाजित होगी।
- (क) 463
 अंकों का योग = $4 + 6 + 3 = 13$
 $\therefore 13, 3$ से विभाज्य नहीं है।
 $\therefore 463, 3$ से विभाज्य नहीं है।
- (ख) 783
 अंकों का योग = $7 + 8 + 3 = 18$
 $\therefore 18, 3$ से विभाज्य है।
 $\therefore 783, 3$ से विभाज्य है।
- (ग) 8537
 अंकों का योग = $8 + 5 + 3 + 7 = 23$
 $\therefore 23, 3$ से विभाज्य नहीं है।
 $\therefore 8537, 3$ से विभाज्य नहीं है।
- (घ) 5059
 अंकों का योग = $5 + 0 + 5 + 9 = 19$
 $\therefore 19, 3$ से विभाज्य नहीं है।
 $\therefore 5059, 3$ से विभाज्य नहीं है।
- (ङ) 7012
 अंकों का योग = $7 + 0 + 1 + 2 = 10$
 $\therefore 10, 3$ से विभाज्य नहीं है।
 $\therefore 7012, 3$ से विभाज्य नहीं है।

- (च) 6120
अंकों का योग = $6+1+2+0=9$
 \therefore 9, 3 से विभाज्य है।
 \therefore 6120, 3 से विभाज्य है।
- (छ) 6936
अंकों का योग = $6+9+3+6=24$
 \therefore 24, 3 से विभाज्य है।
 \therefore 6936, 3 से विभाज्य है।
- (ज) 8107
अंकों का योग = $8+1+0+7=16$
 \therefore 16, 3 से विभाज्य नहीं है।
 \therefore 8107, 3 से विभाज्य नहीं है।
5. हम जानते हैं कि किसी संख्या के अंकों का योग, यदि 9 से विभाज्य है, तो वह संख्या 9 से विभाजित होगी।
- (क) 374
अंकों का योग = $3+7+4=14$
 \therefore 14, 9 से विभाज्य नहीं है।
 \therefore 374, 9 से विभाज्य नहीं है।
- (ख) 657
अंकों का योग = $6+5+7=18$
 \therefore 18, 9 से विभाज्य है।
 \therefore 657, 9 से विभाज्य है।
- (ग) 2061
अंकों का योग = $2+0+6+1=9$
 \therefore 9, 9 से विभाज्य है।
 \therefore 2061, 9 से विभाज्य है।
- (घ) 10548
अंकों का योग = $1+0+5+4+8=18$
 \therefore 18, 9 से विभाज्य है।
 \therefore 10548, 9 से विभाज्य है।
- (ङ) 9972
अंकों का योग = $9+9+7+2=27$
 \therefore 27, 9 से विभाज्य है।
 \therefore 9972, 9 से विभाज्य है।
- (च) 521
अंकों का योग = $5+2+1=8$

∴ 8, 9 से विभाज्य नहीं है।

∴ 521, 9 से विभाज्य नहीं है।

(छ) 8100

अंकों का योग = $8+1+0+0=9$

∴ 9, 9 से विभाज्य है।

∴ 8100, 9 से विभाज्य है।

(ज) 6356

अंकों का योग = $6+3+5+6=20$

∴ 20, 9 से विभाज्य नहीं है।

∴ 6356, 9 से विभाज्य नहीं है।

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (अ) 2. (द) 3. (स) 4. (द) 5. (ब)

बौद्धिक गणित

1. $234 = 100 \times 2 + 10 \times 3 + 1 \times 4$

2. $100 \times 5 + 10 \times 3 + 2 = 532$

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. ∴ किसी संख्या में अंकों का योग 9 से विभाजित होने पर वह संख्या भी 9 से विभाजित होती है।

∴ $4+3+x=9$ या $x=2$

∴ $x=1$ रखने पर योग 8 आएगा, जो 9 से विभाजित नहीं है और

$x=3$ या अधिक रखने पर x का मान दो अंकों का हो जाएगा।

अतः 2 ही x का उचित मान होगा।

2. माना संख्या में इकाई का अंक y तथा दहाई का अंक x है।

∴ संख्या = $10x + y$

अंकों का स्थान बदलने पर संख्या = $10y + x$

प्रश्न के अनुसार,

$$10y + x = 10x + y - 18$$

$$\Rightarrow 10y - y + x - 10x = -18$$

$$\Rightarrow 9y - 9x = -18$$

$$\Rightarrow 9(y - x) = -18$$

$$\Rightarrow y - x = \frac{-18}{9} = -2$$

...(i)

$$\therefore \text{अंकों का योग} - x + y = 4 \quad \dots(ii)$$

समीकरण (i) व (ii) को जोड़ने पर-

$$y - x = -2 \quad \dots(i)$$

$$\underline{y + x = 4} \quad \dots(ii)$$

$$2y = 2$$

$$y = \frac{2}{2} = 1$$

y का मान समीकरण (ii) में रखने पर

$$1 + x = 4$$

या $x = 4 - 1 = 3$

$$\begin{aligned} \therefore \text{संख्या} &= 10x + y \\ &= 10 \times 3 + 1 \\ &= 30 + 1 \\ &= 31 \end{aligned}$$

अतः अभीष्ट संख्या 31 है।



बीजगणितीय व्यंजक तथा सर्वसमिकाएँ

अभ्यास 6.1

$$\begin{aligned} 1. \text{ (क)} \quad (5x^2) \times (-3x) &= 5 \times (-3) \times (x^2 \times x) \\ &= -15 \times x^{2+1} \\ &= -15x^3 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ख)} \quad (3x^2y) \times (-6xy) &= 3 \times (-6) \times (x^2 \times x) \times (y \times y) \\ &= -18 \times x^{2+1} \times y^{1+1} \\ &= -18x^3y^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{(ग)} \quad (4a^2b) \times (ab) \times (5ab^2) &= (4 \times 5) \times (a^2 \times a \times a) \times (b \times b \times b^2) \\ &= 20 \times a^{2+1+1} \times b^{2+1+1} \\ &= 20 \times a^4 \times b^4 \\ &= 20a^4b^4 \end{aligned}$$

- (घ) $\frac{1}{3}x^2y \times \frac{1}{8}xy = \left(\frac{1}{3} \times \frac{1}{8}\right) \times (x^2 \times x) \times (y \times y)$
 $= \frac{1}{24} \times x^{2+1} \times y^{1+1} = \frac{1}{24}x^3y^2$
2. (क) $2y^2x^2 \times 6x^2y = (2 \times 6) \times (x^2 \times x^2) \times (y^2 \times y)$
 $= 12 \times x^{2+2} \times y^{2+1}$
 $= 12x^4y^3$
- (ख) $2xy \times (-15x^2y) = [2 \times (-15)] \times (x \times x^2) \times (y \times y)$
 $= -30 \times x^{2+1} \times y^{1+1}$
 $= -30x^3y^2$
- (ग) $\frac{16}{9}a^2b^2c \times \frac{27}{8}abc = \left(\frac{16}{9} \times \frac{27}{8}\right) \times (a^2 \times a) \times (b^2 \times b) \times (c \times c)$
 $= 6 \times a^{2+1} \times b^{2+1} \times c^{1+1}$
 $= 6a^3b^3c^2$
- (घ) $-\frac{4}{3}ab \times \frac{5}{2}a^2c^2 = \left(-\frac{4}{3} \times \frac{5}{2}\right) \times (a \times a^2) \times b \times c^2$
 $= -\frac{10}{3} \times a^{1+2} \times b \times c^2$
 $= -\frac{10}{3}a^3bc^2$
3. (क) $-8x^5 \times 2x^9 = (-8 \times 2) \times (x^5 \times x^9)$
 $= -16 \times x^{5+9}$
 $= -16x^{14}$
- (ख) $-4x^2y^2 \times (-9x^2y^2) = [(-4) \times (-9)] \times (x^2 \times x^2) \times (y^2 \times y^2)$
 $= 36 \times x^{2+2} \times y^{2+2}$
 $= 36x^4y^4$
- (ग) $5x^3y \times (-8xy^3) = [5 \times (-8)] \times (x^3 \times x) \times (y \times y^3)$
 $= -40 \times x^{3+1} \times y^{1+3}$
 $= -40x^4y^4$
- (घ) $7x^2y^2 \times 8x^3y^3 = (7 \times 8) \times (x^2 \times x^3) \times (y^2 \times y^3)$
 $= 56 \times x^{2+3} \times y^{2+3}$
 $= 56x^5y^5$
4. (क) $-4xy^2 \times 3yx^2 \times 9x^2yz$
 $= [(-4) \times 3 \times 9] \times (x \times x^2 \times x^2) \times (y^2 \times y \times y) \times z$
 $= -108 \times x^{1+2+2} \times y^{2+1+1} \times z$
 $= -108x^5y^4z$

$$\begin{aligned}
 (\text{ख}) \quad & \frac{3}{8}x^3y \times \left(-\frac{2}{3}xyz\right) \times \left(-\frac{4}{3}x^2y^2\right) \\
 & = \left[\frac{3}{8} \times \left(-\frac{2}{3}\right) \times \left(-\frac{4}{3}\right)\right] \times (x^3 \times x \times x^2) \times (y \times y \times y^2) \times z \\
 & = \frac{1}{3} \times x^{3+1+2} \times y^{1+1+2} \times z \\
 & = \frac{1}{3}x^6y^4z
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ग}) \quad & -2xy \times (-3x^3y^2) \times \left(-\frac{1}{6}x^2y^7\right) \\
 & = \left[(-2) \times (-3) \times \left(-\frac{1}{6}\right)\right] \times (x \times x^3 \times x^2) \times (y \times y^2 \times y^7) \\
 & = -1 \times x^{1+3+2} \times y^{1+2+7} \\
 & = -x^6y^{10}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{घ}) \quad & \frac{5}{2}x^2y^3 \times (-y^2z) \times (-2x^3yz^7) \times \left(-\frac{1}{5}xyz\right) \\
 & = \left[\frac{5}{2} \times (-2) \times \left(-\frac{1}{5}\right)\right] \times (x^2 \times x^3 \times x) \times [y^3 \times (-y^2) \times y \times y] \\
 & \qquad \qquad \qquad \times (z \times z^7 \times z) \\
 & = x^{2+3+1} \times (-y^{3+2+1+1}) \times z^{1+7+1} \\
 & = -x^6y^7z^9
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. \quad & \left(-\frac{3}{7}abc\right) \times \left(-\frac{5}{7}a^2b^2\right) \times \left(\frac{7}{5}a^2b\right) \\
 & = \left[\left(-\frac{3}{7}\right) \times \left(-\frac{5}{7}\right) \times \frac{7}{5}\right] \times (a \times a^2 \times a^2) \times (b \times b^2 \times b) \times c \\
 & = \frac{3}{7} \times a^{1+2+2} \times b^{1+2+1} \times c \\
 & = \frac{3}{7}a^5b^4c
 \end{aligned}$$

यदि $a = 2$, $b = -3$ और $c = -7$, तब

$$\begin{aligned}
 \text{बायाँ पक्ष} & = \left(-\frac{3}{7}abc\right) \times \left(-\frac{5}{7}a^2b^2\right) \times \left(\frac{7}{5}a^2b\right) \\
 & = \left[-\frac{3}{7} \times 2 \times (-3) \times (-7)\right] \times \left[-\frac{5}{7} \times 2^2 \times (-3)^2\right] \times \left[\frac{7}{5} \times 2^2 \times (-3)\right] \\
 & = -18 \times \left(-\frac{5}{7} \times 4 \times 9\right) \times \left[\frac{7}{5} \times 4 \times (-3)\right]
 \end{aligned}$$

$$= -18 \times \left(-\frac{180}{7}\right) \times \left(-\frac{84}{5}\right)$$

$$= -7776$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = \frac{3}{7} a^5 b^4 c$$

$$= \frac{3}{7} \times 2^5 \times (-3)^4 \times (-7)$$

$$= \frac{3}{7} \times 32 \times 81 \times (-7)$$

$$= -7776$$

∴ बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

$$\begin{aligned} 6. \left(\frac{6}{13} x^4 y^3\right) \times \left(\frac{13}{7} y^2 x^3\right) \times 9 &= \left(\frac{6}{13} \times \frac{13}{7} \times 9\right) \times (x^4 \times x^3) \times (y^3 \times y^2) \\ &= \frac{54}{7} \times x^{4+3} \times y^{3+2} = \frac{54}{7} x^7 y^5 \end{aligned}$$

यदि $x = 1$ और $y = 2$, तब

$$\begin{aligned} \frac{54}{7} x^7 y^5 &= \frac{54}{7} \times (1)^7 \times (2)^5 \\ &= \frac{54}{7} \times 1 \times 32 = \frac{1728}{7} \end{aligned}$$

अभ्यास 6.2

1. (क) $x^2 (xy^2 + x^2 y) = x^2 \times xy^2 + x^2 \times x^2 y$
 $= x^3 y^2 + x^4 y$
 - (ख) $-8y \times (2xy + 3y^2) = -8y \times 2xy + (-8y) \times 3y^2$
 $= (-8 \times 2) \times x \times (y \times y) + (-8 \times 3) \times (y \times y^2)$
 $= -16xy^2 - 24y^3$
 - (ग) $10x^3 \times (5x^2 - 6y) = 10x^3 \times 5x^2 - 10x^3 \times 6y$
 $= (10 \times 5) \times (x^3 \times x^2) - (10 \times 6) \times x^3 \times y$
 $= 50x^5 - 60x^3 y$
 - (घ) $\frac{6}{7} x(x^2 + y^2) = \frac{6}{7} x \times x^2 + \frac{6}{7} x \times y^2 = \frac{6}{7} x^3 + \frac{6}{7} xy^2$
2. (क) $\left(2b - \frac{a}{3}\right) \times \frac{-2}{5} a^2 b^2 = 2b \times \left(-\frac{2}{5} a^2 b^2\right) - \frac{a}{3} \times \left(-\frac{2}{5} a^2 b^2\right)$
 $= \left[2 \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right] \times a^2 \times (b \times b^2) - \left[\frac{1}{3} \times \left(-\frac{2}{5}\right)\right] \times (a \times a^2) \times b^2$
 $= -\frac{4}{5} a^2 b^3 + \frac{2}{15} a^3 b^2$

$$(ख) -\frac{9}{2}x^2\left(\frac{2}{3}x^2 + 4y^2\right)$$

$$= \left(-\frac{9}{2} \times \frac{2}{3}\right) \times (x^2 \times x^2) + \left(-\frac{9}{2} \times 4\right) \times x^2 \times y^2$$

$$= -3x^4 - 18x^2y^2$$

$$(ग) \frac{3}{4}xy\left(x^2 - \frac{1}{2}y^2\right) = \frac{3}{4} \times x \times y \times x^2 - \frac{3}{4} \times \frac{1}{2} \times x \times y \times y^2$$

$$= \frac{3}{4} \times x^{1+2} \times y - \frac{3}{8} \times x \times y^{1+2}$$

$$= \frac{3}{4}x^3y - \frac{3}{8}xy^3$$

$$(घ) 27y^2\left(1 - \frac{4}{3}y\right) = 27 \times y^2 \times 1 - 27 \times \frac{4}{3} \times y^2 \times y$$

$$= 27 \times y^2 - 9 \times 4 \times y^{2+1}$$

$$= 27y^2 - 36y^3$$

$$3. (क) (x+3)(x+5) = x \times (x+5) + 3 \times (x+5)$$

$$= x \times x + x \times 5 + 3 \times x + 3 \times 5$$

$$= x^2 + 5x + 3x + 15$$

$$= x^2 + 8x + 15$$

$$(ख) (6x+3y)(5x+9y) = 6x \times (5x+9y) + 3y \times (5x+9y)$$

$$= 6x \times 5x + 6x \times 9y + 3y \times 5x + 3y \times 9y$$

$$= 30x^2 + 54xy + 15xy + 27y^2$$

$$= 30x^2 + 69xy + 27y^2$$

$$(ग) (5xy-2ab)(xy+4ab) = 5xy(xy+4ab) - 2ab(xy+4ab)$$

$$= 5xy \times xy + 5xy \times 4ab - 2ab \times xy - 2ab \times 4ab$$

$$= 5x^2y^2 + 20xyab - 2xyab - 8a^2b^2$$

$$= 5x^2y^2 + 18xyab - 8a^2b^2$$

$$(घ) \left(\frac{3}{2}xy + \frac{7}{2}yz^2\right)(3x-2yz)$$

$$= \frac{3}{2}xy(3x-2yz) + \frac{7}{2}yz^2(3x-2yz)$$

$$= \frac{3}{2}xy \times 3x - \frac{3}{2}xy \times 2yz + \frac{7}{2}yz^2 \times 3x - \frac{7}{2}yz^2 \times 2yz$$

$$= \frac{9}{2}x^2y - 3xy^2z + \frac{21}{2}xyz^2 - 7y^2z^3$$

$$4. (क) (a+b)(b+7) = a(b+7) + b(b+7)$$

$$= a \times b + a \times 7 + b \times b + b \times 7$$

$$= ab + 7a + b^2 + 7b$$

$$= ab + 7a + 7b + b^2$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ख}) \quad & (4x^2y^2 - 5y^2)(xy^2 - 4y) \\
 & = 4x^2y^2(xy^2 - 4y) - 5y^2(xy^2 - 4y) \\
 & = 4x^2y^2 \times xy^2 - 4x^2y^2 \times 4y - 5y^2 \times xy^2 - 5y^2 \times (-4y) \\
 & = 4x^3y^4 - 16x^2y^3 - 5xy^4 + 20y^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ग}) \quad & (2x^2 - 8xy)(7x^2 + 8xy) \\
 & = 2x^2(7x^2 + 8xy) - 8xy(7x^2 + 8xy) \\
 & = 2x^2 \times 7x^2 + 2x^2 \times 8xy - 8xy \times 7x^2 - 8xy \times 8xy \\
 & = 14x^4 + 16x^3y - 56x^3y - 64x^2y^2 \\
 & = 14x^4 - 40x^3y - 64x^2y^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{घ}) \quad & \left(x + \frac{2}{7}x^2\right)(7x - x^2) \\
 & = x \times 7x - x \times x^2 + \frac{2}{7}x^2 \times 7x - \frac{2}{7}x^2 \times x^2 \\
 & = 7x^2 - x^3 + 2x^3 - \frac{2}{7}x^4 \\
 & = 7x^2 + x^3 - \frac{2}{7}x^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 5. (\text{क}) \quad & (4x + 5)(x^2 - x + 5) \\
 & = 4x(x^2 - x + 5) + 5(x^2 - x + 5) \\
 & = 4x \times x^2 - 4x \times x + 4x \times 5 + 5 \times x^2 - 5 \times x + 5 \times 5 \\
 & = 4x^3 - 4x^2 + 20x + 5x^2 - 5x + 25 \\
 & = 4x^3 - 4x^2 + 5x^2 + 20x - 5x + 25 \\
 & = 4x^3 + x^2 + 15x + 25
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ख}) \quad & (x + y)(x^2 - xy + y^2) \\
 & = x(x^2 - xy + y^2) + y(x^2 - xy + y^2) \\
 & = x \times x^2 - x \times xy + x \times y^2 + y \times x^2 - y \times xy + y \times y^2 \\
 & = x^3 - x^2y + xy^2 + x^2y - xy^2 + y^3 \\
 & = x^3 - x^2y + x^2y + xy^2 - xy^2 + y^3 \\
 & = x^3 + y^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ग}) \quad & (4a^2 + 3a - 5)(2a - 3) \\
 & = 4a^2(2a - 3) + 3a(2a - 3) - 5(2a - 3) \\
 & = 4a^2 \times 2a - 4a^2 \times 3 + 3a \times 2a - 3a \times 3 - 5 \times 2a - 5 \times (-3) \\
 & = 8a^3 - 12a^2 + 6a^2 - 9a - 10a + 15 \\
 & = 8a^3 - 6a^2 - 19a + 15
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{घ}) \quad & (6x^2 + 7x + 3)(x - 2) \\
 & = 6x^2(x - 2) + 7x(x - 2) + 3(x - 2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 6x^2 \times x - 6x^2 \times 2 + 7x \times x - 7x \times 2 + 3 \times x + 3 \times (-2) \\
&= 6x^3 - 12x^2 + 7x^2 - 14x + 3x - 6 \\
&= 6x^3 - 5x^2 - 11x - 6
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
6. \text{ (क) } & 3x^2 + 5x(4x - 3y) - 25xy \\
&= 3x^2 + 5x \times 4x - 5x \times 3y - 25xy \\
&= 3x^2 + 20x^2 - 15xy - 25xy \\
&= 23x^2 - 40xy
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(ख) } & \frac{1}{5}(10x^2 + 15y^2)(2x^2 - 3y^2) \\
&= \frac{1}{5}[10x^2(2x^2 - 3y^2) + 15y^2(2x^2 - 3y^2)] \\
&= \frac{1}{5}[10x^2 \times 2x^2 - 10x^2 \times 3y^2 + 15y^2 \times 2x^2 - 15y^2 \times 3y^2] \\
&= \frac{1}{5}(20x^4 - 30x^2y^2 + 30x^2y^2 - 45y^4) \\
&= \frac{1}{5}(20x^4 - 45y^4) \\
&= \frac{1}{5} \times 20x^4 - \frac{1}{5} \times 45y^4 \\
&= 4x^4 - 9y^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(ग) } & (2x - 3)(5x + 2) + (3x - 7)(4x - 1) \\
&= 2x \times 5x + 2x \times 2 - 3 \times 5x - 3 \times 2 + 3x \times 4x - 3x \times 1 - 7 \times 4x + 7 \times 1 \\
&= 10x^2 + 4x - 15x - 6 + 12x^2 - 3x - 28x + 7 \\
&= 10x^2 + 12x^2 + 4x - 15x - 3x - 28x - 6 + 7 \\
&= 22x^2 - 42x + 1
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(घ) } & \frac{2}{7}(14x^2 - 21y^2)(-5x^2 - 3y^2) \\
&= \frac{2}{7} \times 14x^2 - \frac{2}{7} \times 21y^2 \times (-5x^2 - 3y^2) \\
&= 4x^2 - 6y^2 \times (-5x^2 - 3y^2) \\
&= 4x^2 \times (-5x^2) - 4x^2 \times 3y^2 + 6y^2 \times 5x^2 + 6y^2 \times 3y^2 \\
&= -20x^4 - 12x^2y^2 + 30x^2y^2 + 18y^4 \\
&= -20x^4 + 18x^2y^2 + 18y^4
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
7. \text{ (क) } & 3x^2 \times (4x + 3) \times (4x - 1) \\
&= 3x^2[4x(4x - 1) + 3(4x - 1)] \\
&= 3x^2[4x \times 4x - 4x \times 1 + 3 \times 4x - 3 \times 1] \\
&= 3x^2[16x^2 - 4x + 12x - 3] \\
&= 3x^2[16x^2 + 8x - 3] \\
&= 3x^2 \times 16x^2 + 3x^2 \times 8x - 3x^2 \times 3 \\
&= 48x^4 + 24x^3 - 9x^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ख}) \quad & (3x+5) \times 6x \times (-2x+3) \\
 & = (3x+5)[6x \times (-2x+3)] \\
 & = (3x+5)[6x \times (-2x) + 6x \times 3] \\
 & = (3x+5)(-12x^2 + 18x) \\
 & = 3x(-12x^2 + 18x) + 5(-12x^2 + 18x) \\
 & = 3x \times (-12x^2) + 3x \times 18x - 5 \times 12x^2 + 5 \times 18x \\
 & = -36x^3 + 54x^2 - 60x^2 + 90x \\
 & = -36x^3 - 6x^2 + 90x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ग}) \quad & 2x \times (x^2 + 5) \times (x^2 - 6) \\
 & = 2x[x^2(x^2 - 6) + (x^2 - 6)] \\
 & = 2x[x^2 \times x^2 - x^2 \times 6 + 5 \times x^2 + 5 \times (-6)] \\
 & = 2x[x^4 - 6x^2 + 5x^2 - 30] \\
 & = 2x[x^4 - x^2 - 30] \\
 & = 2x \times x^4 - 2x \times x^2 - 2x \times 30 \\
 & = 2x^5 - 2x^3 - 60x
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{घ}) \quad & xy \times (5x - 3y)(3x + 4y) \\
 & = xy[5x(3x + 4y) - 3y(3x + 4y)] \\
 & = xy[5x \times 3x + 5x \times 4y - 3y \times 3x - 3y \times 4y] \\
 & = xy[15x^2 + 20xy - 9xy - 12y^2] \\
 & = xy[15x^2 + 11xy - 12y^2] \\
 & = xy \times 15x^2 + xy \times 11xy - xy \times 12y^2 \\
 & = 15x^3y + 11x^2y^2 - 12xy^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \quad & (\text{क}) \quad (3x + y) \times (3x + 4y - 8) \\
 & = 3x(3x + 4y - 8) + y(3x + 4y - 8) \\
 & = 3x \times 3x + 3x \times 4y - 3x \times 8 + y \times 3x + y \times 4y - y \times 8 \\
 & = 9x^2 + 12xy - 24x + 3xy + 4y^2 - 8y \\
 & = 9x^2 + 12xy + 3xy - 24x - 8y + 4y^2 \\
 & = 9x^2 + 15xy - 24x + 4y^2 - 8y
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ख}) \quad & (x^2 + y^2 + z^2)(z^2 - y^2) \\
 & = x^2(z^2 - y^2) + y^2(z^2 - y^2) + z^2(z^2 - y^2) \\
 & = x^2 \times z^2 - x^2 \times y^2 + y^2 \times z^2 - y^2 \times y^2 + z^2 \times z^2 - z^2 \times y^2 \\
 & = x^2z^2 - x^2y^2 + y^2z^2 - y^4 + z^4 - y^2z^2 \\
 & = z^4 + x^2z^2 - x^2y^2 + y^2z^2 - y^2z^2 - y^4 \\
 & = z^4 + x^2z^2 - x^2y^2 - y^4
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ग}) \quad & (x^2 - 2)(9x^2 - 2x + 5) \\
 & = x^2 \times 9x^2 - x^2 \times 2x + x^2 \times 5 - 2 \times 9x^2 + 2 \times 2x - 2 \times 5 \\
 & = 9x^4 - 2x^3 + 5x^2 - 18x^2 + 4x - 10 \\
 & = 9x^4 - 2x^3 - 13x^2 + 4x - 10
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\text{घ}) \quad & (x+y)(x^2-xy+y^2) \\
& = x \times x^2 - x \times xy + x \times y^2 + y \times x^2 - y \times xy + y \times y^2 \\
& = x^3 - x^2y + xy^2 + yx^2 - y^2x + y^3 \\
& = x^3 + y^3
\end{aligned}$$

अभ्यास 6.3

$$\begin{aligned}
1. \quad & (\text{क}) \quad (a+2b)(a+2b) \\
& = a(a+2b) + 2b(a+2b) \\
& = a \times a + a \times 2b + 2b \times a + 2b \times 2b \\
& = a^2 + 2ab + 2ab + 4b^2 \\
& = a^2 + 4ab + 4b^2
\end{aligned}$$

सूत्र विधि-

हम जानते हैं कि $(x+y)^2 = (x^2 + 2xy + y^2)$

यहाँ $x = a$ और $y = 2b$

$$\begin{aligned}
\therefore \quad & (a+2b)(a+2b) = (a+2b)^2 \\
& = (a)^2 + 2 \times (a) \times (2b) + (2b)^2 \\
& = a^2 + 4ab + 4b^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\text{ख}) \quad & (a+3b)(a-3b) \\
& = a(a-3b) + 3b(a-3b) \\
& = a \times a - a \times 3b + 3b \times a - 3b \times 3b \\
& = a^2 - 3ab + 3ab - 9b^2 \\
& = a^2 - 9b^2
\end{aligned}$$

सूत्र विधि-

हम जानते हैं कि $(x+y)(x-y) = x^2 - y^2$

यहाँ $x = a$ और $y = 3b$

$$\begin{aligned}
\therefore \quad & (a+3b)(a-3b) = (a)^2 - (3b)^2 \\
& = a^2 - 9b^2
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
(\text{ग}) \quad & (a-5b)(a-5b) \\
& = a(a-5b) - 5b(a-5b) \\
& = a \times a - a \times 5b - 5b \times a - 5b \times (-5b) \\
& = a^2 - 5ab - 5ab + 25b^2 \\
& = a^2 - 10ab + 25b^2
\end{aligned}$$

सूत्र विधि-

हम जानते हैं कि $(x-y)^2 = x^2 - 2xy + y^2$

यहाँ $x = a$ और $y = 5b$

$$\begin{aligned}\therefore (a - 5b)(a - 5b) &= (a - 5b)^2 \\ &= (a)^2 - 2 \times (a) \times (5b) + (5b)^2 \\ &= a^2 - 10ab + 25b^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(घ)} (4a + 5b)(4a - 5b) \\ &= 4a(4a - 5b) + 5b(4a - 5b) \\ &= 4a \times 4a - 4a \times 5b + 5b \times 4a - 5b \times 5b \\ &= 16a^2 - 20ab + 20ab - 25b^2 = 16a^2 - 25b^2\end{aligned}$$

सूत्र विधि-

हम जानते हैं कि $(x + y)(x - y) = x^2 - y^2$

यहाँ $x = 4a$ और $y = 5b$

$$\begin{aligned}\therefore (4a + 5b)(4a - 5b) &= (4a)^2 - (5b)^2 \\ &= 16a^2 - 25b^2\end{aligned}$$

$$2. \text{ (क) हम जानते हैं कि } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

यहाँ $a = 3x$ और $b = 4y$

$$\begin{aligned}\therefore (3x + 4y)^2 &= (3x)^2 + 2 \times (3x) \times (4y) + (4y)^2 \\ &= 9x^2 + 24xy + 16y^2\end{aligned}$$

$$\text{(ख) हम जानते हैं कि } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

यहाँ $a = 5y$ और $b = 7$

$$\begin{aligned}\therefore (5y + 7)^2 &= (5y)^2 + 2 \times 5y \times 7 + 7^2 \\ &= 25y^2 + 70y + 49\end{aligned}$$

$$\text{(ग) हम जानते हैं कि } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

यहाँ $a = 8x$ और $b = 5y$

$$\begin{aligned}\therefore (8x - 5y)^2 &= (8x)^2 - 2 \times (8x) \times (5y) + (5y)^2 \\ &= 64x^2 - 80xy + 25y^2\end{aligned}$$

$$\text{(घ) हम जानते हैं कि } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

यहाँ $a = 6x$ और $b = 9$

$$\begin{aligned}\therefore (6x - 9)^2 &= (6x)^2 - 2 \times 6x \times 9 + 9^2 \\ &= 36x^2 - 108x + 81\end{aligned}$$

$$3. \text{ (क) हम जानते हैं कि } (a + b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

यहाँ $a = \frac{2}{3}x$ और $b = \frac{5}{2}y$

$$\begin{aligned}\therefore \left(\frac{2}{3}x + \frac{5}{2}y\right)^2 &= \left(\frac{2}{3}x\right)^2 + 2 \times \left(\frac{2}{3}x\right) \times \left(\frac{5}{2}y\right) + \left(\frac{5}{2}y\right)^2 \\ &= \frac{4}{9}x^2 + \frac{10}{3}xy + \frac{25}{4}y^2\end{aligned}$$

$$\text{(ख) हम जानते हैं कि } (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

यहाँ $a = \frac{5}{2}x$ और $b = \frac{4}{3}y$

$$\begin{aligned}\therefore \left(\frac{5}{2}x - \frac{4}{3}y\right)^2 &= \left(\frac{5}{2}x\right)^2 - 2 \times \left(\frac{5}{2}x\right) \times \left(\frac{4}{3}y\right) + \left(\frac{4}{3}y\right)^2 \\ &= \frac{25}{4}x^2 - \frac{20}{3}xy + \frac{16}{9}y^2\end{aligned}$$

(ग) हम जानते हैं कि $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

यहाँ $a = x$ और $b = y^2$

$$\begin{aligned}\therefore (x - y^2)^2 &= (x)^2 - 2 \times (x) \times (y^2) + (y^2)^2 \\ &= x^2 - 2xy^2 + y^4\end{aligned}$$

(घ) हम जानते हैं कि $(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$

यहाँ $a = 3x^2$ और $b = \frac{1}{x}$

$$\begin{aligned}\therefore \left(3x^2 + \frac{1}{x}\right)^2 &= (3x^2)^2 + 2 \times (3x^2) \times \left(\frac{1}{x}\right) + \left(\frac{1}{x}\right)^2 \\ &= 9x^4 + 6x + \frac{1}{x^2}\end{aligned}$$

4. (क) हम जानते हैं कि $(a+b)(a-b) = a^2 - b^2$

यहाँ $a = 2x$ और $b = 3$

$$\begin{aligned}\therefore (2x+3)(2x-3) &= (2x)^2 - (3)^2 \\ &= 4x^2 - 9\end{aligned}$$

(ख) हम जानते हैं कि $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

यहाँ $a = 3x^2 y^2$ और $b = 2y^2$

$$\begin{aligned}\therefore (3x^2 y^2 - 2y^2)(3x^2 y^2 + 2y^2) &= (3x^2 y^2)^2 - (2y^2)^2 \\ &= 9x^4 y^4 - 4y^4\end{aligned}$$

(ग) हम जानते हैं कि $(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

यहाँ $a = \frac{6}{7}x$ और $b = \frac{9}{5}y$

$$\begin{aligned}\therefore \left(\frac{6}{7}x - \frac{9}{5}y\right)\left(\frac{6}{7}x - \frac{9}{5}y\right) &= \left(\frac{6}{7}x - \frac{9}{5}y\right)^2 \\ &= \left(\frac{6}{7}x\right)^2 - 2 \times \left(\frac{6}{7}x\right) \times \left(\frac{9}{5}y\right) + \left(\frac{9}{5}y\right)^2 \\ &= \frac{36}{49}x^2 - \frac{108}{35}xy + \frac{81}{25}y^2\end{aligned}$$

(घ) हम जानते हैं कि $(a-b)(a+b) = a^2 - b^2$

यहाँ $a = 8x$ और $b = 4$

$$\begin{aligned}\therefore (8x-4)(8x+4) &= (8x)^2 - (4)^2 \\ &= 64x^2 - 16\end{aligned}$$

5. (क) 102 को $100+2$ के रूप में लिखा जा सकता है।

$$\therefore (102)^2 = (100+2)^2$$

$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$ का प्रयोग करते हुए

यहाँ $a = 100$ और $b = 2$

$$\begin{aligned}\therefore (100+2)^2 &= 100^2 + 2 \times 100 \times 2 + 2^2 \\ &= 10000 + 400 + 4 \\ &= 10404\end{aligned}$$

$$\therefore (102)^2 = 10404$$

(ख) 98 को $100-2$ के रूप में लिखा जा सकता है।

$$\begin{aligned}\therefore (98)^2 &= (100-2)^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \text{ का प्रयोग करते हुए} \\ \text{यहाँ } a &= 100 \text{ और } b = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (100-2)^2 &= 100^2 - 2 \times 100 \times 2 + 2^2 \\ &= 10000 - 400 + 4 \\ &= 9604\end{aligned}$$

$$\therefore (98)^2 = 9604$$

(ग) 298 को $300-2$ के रूप में लिखा जा सकता है।

$$\begin{aligned}\therefore (298)^2 &= (300-2)^2 \\ (a-b)^2 &= a^2 - 2ab + b^2 \text{ का प्रयोग करते हुए} \\ \text{यहाँ } a &= 300 \text{ और } b = 2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (300-2)^2 &= 300^2 - 2 \times 300 \times 2 + 2^2 \\ &= 90000 - 1200 + 4 \\ &= 88804\end{aligned}$$

$$\therefore (298)^2 = 88804$$

(घ) 1005 को $1000+5$ के रूप में लिखा जा सकता है।

$$\begin{aligned}\therefore (1005)^2 &= (1000+5)^2 \\ (a+b)^2 &= a^2 + 2ab + b^2 \text{ का प्रयोग करते हुए} \\ \text{यहाँ } a &= 1000 \text{ और } b = 5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore (1000+5)^2 &= 1000^2 + 2 \times 1000 \times 5 + 5^2 \\ &= 1000000 + 10000 + 25 \\ &= 1010025\end{aligned}$$

$$\therefore (1005)^2 = 1010025$$

6. (क) $96^2 - 4^2$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$\begin{aligned}\therefore 96^2 - 4^2 &= (96+4)(96-4) \\ &= 100 \times 92 = 9200\end{aligned}$$

(ख) $83^2 - 17^2$

$$\therefore a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$\begin{aligned}\therefore 83^2 - 17^2 &= (83+17)(83-17) \\ &= 100 \times 66 \\ &= 6600\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(ग)} \quad 75^2 - 25^2 \\ \therefore a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ \therefore 75^2 - 25^2 &= (75+25)(75-25) \\ &= 100 \times 50 \\ &= 5000\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(घ)} \quad 66^2 - 34^2 \\ \therefore a^2 - b^2 &= (a+b)(a-b) \\ \therefore 66^2 - 34^2 &= (66+34)(66-34) \\ &= 100 \times 32 = 3200\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}7. \text{(क)} \quad 98 \times 102 &= (100-2)(100+2) \\ &= 100^2 - 2^2 && [\because (a-b)(a+b) = a^2 - b^2] \\ &= 10000 - 4 = 9996\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(ख)} \quad 87 \times 93 &= (90-3)(90+3) = 90^2 - 3^2 && [\because (a-b)(a+b) = a^2 - b^2] \\ &= 8100 - 9 = 8091\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(ग)} \quad 7.9 \times 8.1 &= (8-0.1)(8+0.1) \\ &= 8^2 - 0.1^2 && [\because (a-b)(a+b) = a^2 - b^2] \\ &= 64 - 0.1 = 63.99\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(घ)} \quad 14.7 \times 15.3 &= (15-0.3)(15+0.3) \\ &= 15^2 - 0.3^2 && [\because (a-b)(a+b) = a^2 - b^2] \\ &= 225 - 0.09 = 224.91\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}8. \text{(क)} \quad \frac{94 \times 94 - 6 \times 6}{94 - 6} &= \frac{94^2 - 6^2}{94 - 6} && [\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)] \\ &= \frac{(94+6)(94-6)}{(94-6)} \\ &= \frac{100 \times 88}{88} \\ &= 100\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{(ख)} \quad \frac{625 \times 625 - 532 \times 532}{1157} &= \frac{625^2 - 532^2}{1157} \\ &= \frac{(625-532)(625+532)}{1157} && [\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)] \\ &= \frac{93 \times 1157}{1157} = 93\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(ग)} \quad \frac{4.7 \times 4.7 - 3.2 \times 3.2}{4.7 + 3.2} &= \frac{4.7^2 - 3.2^2}{4.7 + 3.2} \\
 &= \frac{(4.7 + 3.2)(4.7 - 3.2)}{4.7 + 3.2} \\
 &= \frac{7.9 \times 1.5}{7.9} \quad [\because a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)] \\
 &= 1.5
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(घ)} \quad \frac{(6.5)^2 - (5.3)^2}{6.5 + 5.3} &= \frac{(6.5 - 5.3)(6.5 + 5.3)}{6.5 + 5.3} \\
 &= \frac{1.2 \times 11.8}{11.8} = 1.2 \quad [\because a^2 - b^2 = (a-b)(a+b)]
 \end{aligned}$$

9. $x + \frac{1}{x} = 7$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर-

$$\begin{aligned}
 \left(x + \frac{1}{x}\right)^2 &= 7^2 \\
 \Rightarrow x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{x} + \frac{1}{x^2} &= 49 \\
 \Rightarrow x^2 + 2 + \frac{1}{x^2} &= 49 \\
 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} &= 49 - 2 \\
 \Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} &= 47
 \end{aligned}$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर-

$$\begin{aligned}
 \left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 &= 47^2 \\
 \Rightarrow x^4 + 2 \times x^2 \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} &= 2209 \\
 \Rightarrow x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} &= 2209 \\
 \Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} &= 2209 - 2 \\
 \therefore x^4 + \frac{1}{x^4} &= 2207
 \end{aligned}$$

अतः $x^2 + \frac{1}{x^2} = 47$ तथा $x^4 + \frac{1}{x^4} = 2207$

$$10. x - \frac{1}{x} = 8$$

दोनों पक्षों का वर्ग करने पर-

$$\left(x - \frac{1}{x}\right)^2 = 8^2$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 \times x \times \frac{1}{x} = 64$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} - 2 = 64$$

$$\Rightarrow x^2 + \frac{1}{x^2} = 64 + 2$$

$$\therefore x^2 + \frac{1}{x^2} = 66$$

पुनः दोनों पक्षों का वर्ग करने पर-

$$\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right)^2 = 66^2$$

$$\Rightarrow x^4 + 2 \times x^2 \times \frac{1}{x^2} + \frac{1}{x^4} = 4356$$

$$\Rightarrow x^4 + 2 + \frac{1}{x^4} = 4356$$

$$\Rightarrow x^4 + \frac{1}{x^4} = 4356 - 2$$

$$\therefore x^4 + \frac{1}{x^4} = 4354$$

$$\text{अतः } x^2 + \frac{1}{x^2} = 66 \text{ तथा } x^4 + \frac{1}{x^4} = 4354$$

$$11. (\text{क}) \quad 27x = 42^2 - 21^2$$

$$\text{या } 27x = (42 - 21)(42 + 21)$$

$$\text{या } 27x = 21 \times 63$$

$$\text{या } x = \frac{21 \times 63}{27} = 49$$

अतः x का मान 49 है।

$$(\text{ख}) \quad 60x = 63^2 - 27^2$$

$$\text{या } 60x = (63 - 27)(63 + 27)$$

$$\text{या } 60x = 36 \times 90$$

$$[\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)]$$

$$[\because a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)]$$

या $x = \frac{36 \times 90}{60} = 54$

अतः x का मान 54 है।

12. (क) $(x + y)^2 - (x - y)^2 = x^2 + 2xy + y^2 - (x^2 - 2xy + y^2)$
 $= x^2 + 2xy + y^2 - x^2 + 2xy - y^2$
 $= 4xy$

(ख) $(3x - 4)^2 - (3x + 4)^2 = 9x^2 - 24x + 16 - (9x^2 - 24x + 16)$
 $= 9x^2 - 24x + 16 - 9x^2 - 24x - 16$
 $= -48x$

(ग) $(3x + 2y)^2 - (3x - 2y)^2 = 9x^2 + 12xy + 4y^2 - (9x^2 - 12xy + 4y^2)$
 $= 9x^2 + 12xy + 4y^2 - 9x^2 + 12xy - 4y^2$
 $= 24xy$

(घ) $(5x - 4y)^2 + (5x + 4y)^2 = 25x^2 - 40xy + 16y^2 + 25x^2 + 40xy + 16y^2$
 $= 50x^2 + 32y^2$

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (अ) 2. (ब) 3. (द) 4. (ब) 5. (द)

बौद्धिक गणित

1. $(4a - 5)^2 = (4a)^2 - 2 \times 4a \times 5 + 5^2$ $[\because (a - b)^2 = a^2 - 2ab + b^2]$
 $= 16a^2 - 40a + 25$

2. $52 \times 48 = (50 + 2)(50 - 2)$
 $= 50^2 - 2^2$ $[\because (a + b)(a - b) = a^2 - b^2]$
 $= 2500 - 4 = 2496$

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. घन का आयतन = भुजा³
 $= (2a)^3$
 $= 2a \times 2a \times 2a = 8a^3$

2. आयत का क्षेत्रफल = लम्बाई \times चौड़ाई
लम्बाई = $7x^2y$
चौड़ाई = $3xy^2$
 \therefore क्षेत्रफल = $7x^2y \times 3xy^2$
 $= 21x^3y^3$



गुणनखंडन

अभ्यास 7.1

1. (क) $8x^3y^2$ के गुणनखंड = $2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x \times y \times y$
 $16x^2y^3$ के गुणनखंड = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times y \times y \times y$
 $8x^3y^2$ तथा $16x^2y^3$ के सर्वनिष्ठ गुणनखंड
= $2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times y \times y$
= $8x^2y^2$
अतः दोनों बीजीय व्यंजकों का म०स० $8x^2y^2$ है।
- (ख) $18xy^2z$ के गुणनखंड = $2 \times 3 \times 3 \times x \times y \times y \times z$
 $6x^2y^2z^2$ के गुणनखंड = $2 \times 3 \times x \times x \times y \times y \times z \times z$
 $18xy^2z$ तथा $6x^2y^2z^2$ के सर्वनिष्ठ गुणनखंड
= $2 \times 3 \times x \times y \times y \times z$
= $6xy^2z$
अतः दोनों बीजीय व्यंजकों का म०स० $6xy^2z$ है।
- (ग) x^2y^3 के गुणनखंड = $x \times x \times y \times y \times y$
 $2x^3y^2$ के गुणनखंड = $2 \times x \times x \times x \times y \times y$
 x^2y^3 तथा $2x^3y^2$ के सर्वनिष्ठ गुणनखंड
= $x \times x \times y \times y$
= x^2y^2
अतः दोनों बीजीय व्यंजकों का म०स० x^2y^2 है।
- (घ) a^3 के गुणनखंड = $a \times a \times a$
 $-ba^2$ के गुणनखंड = $-b \times a \times a$
 a^3 तथा $-ba^2$ के सर्वनिष्ठ गुणनखंड = $a \times a = a^2$
अतः दोनों बीजीय व्यंजकों का म०स० a^2 है।
2. (क) xy के गुणनखंड = $x \times y$
 xyz के गुणनखंड = $x \times y \times z$
 x^2y के गुणनखंड = $x \times x \times y$
 xy, xyz तथा x^2y के सर्वनिष्ठ गुणनखंड = $x \times y$
= xy
अतः दोनों बीजीय व्यंजकों का म०स० xy है।

(ख) $35xyz$ के गुणनखण्ड = $5 \times 7 \times x \times y \times z$
 $7x^2y$ के गुणनखण्ड = $7 \times x \times x \times y$
 $5y^2x$ के गुणनखण्ड = $5 \times y \times y \times x$
 $35xyz, 7x^2y$ तथा $5y^2x$ के सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड = $x \times y = xy$

(ग) $16x^3$ के गुणनखण्ड = $2 \times 2 \times 2 \times 2 \times x \times x \times x$
 $4x^2$ के गुणनखण्ड = $2 \times 2 \times x \times x$
 $8x$ के गुणनखण्ड = $2 \times 2 \times 2 \times x$
 $16x^3, 4x^2$ तथा $8x$ के सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड = $2 \times 2 \times x = 4x$

(घ) $6abc$ के गुणनखण्ड = $2 \times 3 \times a \times b \times c$
 $24ab^2$ के गुणनखण्ड = $2 \times 2 \times 2 \times 3 \times a \times b \times b$
 $12a^2b$ के गुणनखण्ड = $2 \times 2 \times 3 \times a \times a \times b$
 $6abc, 24ab^2$ तथा $12a^2b$ के सर्वनिष्ठ गुणनखण्ड = $2 \times 3 \times a \times b = 6ab$

3. (क) $7x^3 - 14x^4 = 7 \times x \times x \times x - 2 \times 7 \times x \times x \times x \times x$
 $= 7 \times x \times x \times x(1 - 2x)$
 $= 7x^3(1 - 2x)$

(ख) $9abc - 6a^2c = 3 \times 3 \times a \times b \times c - 2 \times 3 \times a \times a \times c$
 $= 3 \times a \times c(3b - 2a)$
 $= 3ac(3b - 2a)$

(ग) $3x^2y + 6xy^2 = 3 \times x \times x \times y + 2 \times 3 \times x \times y \times y$
 $= 3 \times x \times y(x + 2y)$
 $= 3xy(x + 2y)$

(घ) $24x^4 + 18x^3 = 2 \times 2 \times 2 \times 3 \times x \times x \times x \times x + 2 \times 3 \times 3 \times x \times x \times x$
 $= 2 \times 3 \times x \times x \times x(4x + 3)$
 $= 6x^3(4x + 3)$

4. (क) $ax + ay + az = a(x + y + z)$

(ख) $ax - 2ay + 3az = a(x - 2y + 3z)$

(ग) $ac + ax + bx + bc = (ax + bx) + (ac + bc)$
 $= x(a + b) + c(a + b)$
 $= (a + b)(x + c)$

(घ) $4x - 4y + x^2 - xy = 4(x - y) + x(x - y) = (x - y)(4 + x)$

5. (क) $3x^5 - 18x^4 - 48x^3 = 3x^3[x^2 - 6x - 16]$
 $= 3x^3[x^2 + 2x - 8x - 16] \quad (\because -6 = 2 - 8)$
 $= 3x^3[x(x + 2) - 8(x + 2)]$

$$\begin{aligned}
&= 3x^3[(x+2)(x-8)] \\
&= 3x^3(x+2)(x-8) \\
\text{(ख)} \quad -2y^3 + 22y^2 + 24y &= 2y[-y^2 + 11y + 12] \\
&= 2y[-y^2 - y + 12y + 12] \quad (\because 11 = 12 - 1) \\
&= 2y[-y(y+1) + 12(y+1)] \\
&= 2y[(y+1)(-y+12)] \\
&= 2y(y+1)(12-y) \\
\text{(ग)} \quad x^2y^3 + 8xy^4 + 16y^5 &= y^3[x^2 + 8xy + 16y^2] \\
&= y^3[x^2 + 4xy + 4xy + 16y^2] \quad (\because 8 = 4 + 4) \\
&= y^3[x(x+4y) + 4y(x+4y)] \\
&= y^3[(x+4y)(x+4y)] \\
&= y^3(x+4y)^2 \\
\text{(घ)} \quad 6z^6 - 21z^4 - 12z^2 &= 3z^2[2z^4 - 7z^2 - 4] \\
&= 3z^2[2z^4 - 8z^2 + z^2 - 4] \quad (\because -7 = -8 + 1) \\
&= 3z^2[2z^2(z^2 - 4) + 1(z^2 - 4)] \\
&= 3z^2[(z^2 - 4)(2z^2 + 1)] \\
&= 3z^2[(z^2 - 2^2)(2z^2 + 1)] \\
&= 3z^2(z+2)(z-2)(2z^2 + 1)
\end{aligned}$$

6. (क) $x(a+b) - y(a+b) = (a+b)(x-y)$

(ख) $3(a-2b)^2 - 4(a-2b) = (a-2b)[3(a-2b) - 4]$
 $= (a-2b)(3a - 6b - 4)$

(ग) $(a-2b)^2 - 4a + 8b = (a-2b)^2 - 4(a-2b)$
 $= (a-2b)(a-2b-4)$

(घ) $(p-q)^2 + (p-q)^3 = (p-q)^2(1+p-q)$

7. (क) $4x^2 + 20xy + 25y^2 = (2x)^2 + 2 \times 2x \times 5y + (5y)^2$
 $= (2x+5y)^2$

(ख) $9x^2 + 24x + 16 = (3x)^2 + 2 \times 3x \times 4 + (4)^2$
 $= (3x+4)^2$

(ग) $25x^2 + 36y^2 + 60xy$
व्यंजक को व्यवस्थित करने पर—
 $25x^2 + 60xy + 36y^2 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 6y + (6y)^2$
 $= (5x+6y)^2$

(घ) $25x^2 + 30x + 9 = (5x)^2 + 2 \times 5x \times 3 + (3)^2 = (5x+3)^2$

$$\begin{aligned} (\text{ड}) \quad 25p^4 + 10p^2q^2 + q^4 &= (5p^2)^2 + 2 \times 5p^2 \times q^2 + (q^2)^2 \\ &= (5p^2 + q^2)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{च}) \quad 9x^2 - 12xy + 4y^2 &= (3x)^2 - 2 \times 3x \times 2y + (2y)^2 \\ &= (3x - 2y)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{छ}) \quad 121x^2 - 88xy + 16y^2 &= (11x)^2 - 2 \times 11x \times 4y + (4y)^2 \\ &= (11x - 4y)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{ज}) \quad 36y^2 - 84yz + 49z^2 &= (6y)^2 - 2 \times 6y \times 7z + (7z)^2 \\ &= (6y - 7z)^2 \end{aligned}$$

8. (क) $9 - 6x + x^2$

व्यंजक को व्यवस्थित करने पर-

$$\begin{aligned} x^2 - 6x + 9 &= (x)^2 - 2 \times x \times 3 + (3)^2 \\ &= (x - 3)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{ख}) \quad \frac{1}{9}x^2 - \frac{2}{3}x + 1 &= \left(\frac{1}{3}x\right)^2 - 2 \times \frac{1}{3}x \times 1 + (1)^2 \\ &= \left(\frac{x}{3} - 1\right)^2 \end{aligned}$$

(ग) $1 + 16x + 64x^2$

व्यंजक को व्यवस्थित करने पर-

$$\begin{aligned} 64x^2 + 16x + 1 &= (8x)^2 + 2 \times 8x \times 1 + 1^2 \\ &= (8x + 1)^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (\text{घ}) \quad x^2 + x + \frac{1}{4} &= x^2 + 2 \times x \times \frac{1}{2} + \left(\frac{1}{2}\right)^2 \\ &= \left(x + \frac{1}{2}\right)^2 \end{aligned}$$

9. (क) $16a^2 - 9b^2 = (4a)^2 - (3b)^2$

$$= (4a + 3b)(4a - 3b)$$

(ख) $4 - 25x^2 = (2)^2 - (5x)^2$

$$= (2 + 5x)(2 - 5x)$$

(ग) $49p^2 - 36 = (7p)^2 - (6)^2$

$$= (7p + 6)(7p - 6)$$

(घ) $25x^2 - 16y^2 = (5x)^2 - (4y)^2$

$$= (5x + 4y)(5x - 4y)$$

(ड) $169p^4 - 121q^2 = (13p^2)^2 - (11q)^2$

$$= (13p^2 + 11q)(13p^2 - 11q)$$

$$\begin{aligned}
 (\text{च}) \quad 3x^4 - 12y^4 &= 3(x^4 - 4y^4) \\
 &= 3[(x^2)^2 - (2y^2)^2] \\
 &= 3(x^2 + 2y^2)(x^2 - 2y^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{छ}) \quad 25x^4 - 49y^4 &= (5x^2)^2 - (7y^2)^2 \\
 &= (5x^2 + 7y^2)(5x^2 - 7y^2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ज}) \quad 16x^5 - 144x^3 &= 16x^3[x^2 - 9] \\
 &= 16x^3[(x)^2 - (3)^2] \\
 &= 16x^3(x+3)(x-3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 10. (\text{क}) \quad x^4 - 81 &= (x^2)^2 - (9)^2 \\
 &= (x^2 + 9)(x^2 - 9) \\
 &= (x^2 + 9)(x^2 - 3^2) \\
 &= (x^2 + 9)(x+3)(x-3)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ख}) \quad a^4 - 16 &= (a^2)^2 - (4)^2 \\
 &= (a^2 + 4)(a^2 - 4) \\
 &= (a^2 + 4)(a^2 - 2^2) \\
 &= (a^2 + 4)(a+2)(a-2)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ग}) \quad (9x^2 + 42x + 49)^2 - y^4 &= [(3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + (7)^2]^2 - y^4 \\
 &= (3x+7)^2 - (y^2)^2 \\
 &= (3x+7+y^2)(3x+7-y^2) \\
 &= (9x^2 + 42x + 49)^2 - (y^2)^2 \\
 &= (9x^2 + 42x + 49 + y^2)(9x^2 + 42x + 49 - y^2) \\
 &= [(3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + (7)^2 + y^2][(3x)^2 + 2 \times 3x \times 7 + (7)^2 - y^2] \\
 &= [(3x+7)^2 + y^2][(3x+7)^2 - y^2] \\
 &= [(3x+7)^2 + y^2](3x+7+y)(3x+7-y)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{घ}) \quad x^4 - (y-z)^2 &= (x^2)^2 - (y-z)^2 \\
 &= (x^2 + y-z)(x^2 - y+z)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 11. (\text{क}) \quad x^2 - 2ax + a^2 - 4b^2 &= (x)^2 - 2 \times x \times a + (a)^2 - (2b)^2 \\
 &= (x-a)^2 - (2b)^2 \\
 &= (x-a+2b)(x-a-2b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 (\text{ख}) \quad 4x^2 - 8x + 8y - 4y^2 &= 4[x^2 - 2x + 2y - y^2] \\
 &= 4[x^2 - y^2 - 2x + 2y]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= 4[(x+y)(x-y) - 2(x-y)] \\
&= 4[(x-y)(x+y-2)] \\
&= 4(x-y)(x+y-2)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(ग)} \quad 4x^2 + 9y^2 - 4z^2 - 12xy &= 4x^2 - 12xy + 9y^2 - 4z^2 \\
&= (2x)^2 - 2 \times 2x \times 3y + (3y)^2 - (2z)^2 \\
&= (2x - 3y)^2 - (2z)^2 \\
&= (2x - 3y + 2z)(2x - 3y - 2z)
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
\text{(घ)} \quad 25a^2 - 4b^2 + 14bc - 35ac &= (5a)^2 - (2b)^2 + 14bc - 35ac \\
&= (5a + 2b)(5a - 2b) - 7c(-2b + 5a) \\
&= (5a + 2b)(5a - 2b) - 7c(5a - 2b) \\
&= (5a - 2b)(5a + 2b - 7c)
\end{aligned}$$

12. (क) $x^2 + 6x + 5$

दो संख्याएँ ज्ञात करो जिनका गुणनफल 5 तथा योग 6 हो।

गुणनफल	योग
$3 \times 2 = 6$	$3 + 2 = 5$
$5 \times 1 = 5$	$5 + 1 = 6$

अतः वाँछित संख्याएँ 5 और 1 हैं।

$$\begin{aligned}
\therefore \quad x^2 + 6x + 5 &= x^2 + 5x + x + 5 \\
&= x(x+5) + (x+5) \\
&= (x+5)(x+1)
\end{aligned}$$

(ख) $x^2 + 5x + 6$

दो संख्याएँ ज्ञात करो जिनका गुणनफल 6 तथा योग 5 हो।

गुणनफल	योग
$3 \times 2 = 6$	$3 + 2 = 5$

अतः वाँछित संख्याएँ 3 और 2 हैं।

$$\begin{aligned}
\therefore \quad x^2 + 5x + 6 &= x^2 + 3x + 2x + 6 \\
&= x(x+3) + 2(x+3) \\
&= (x+2)(x+3)
\end{aligned}$$

(ग) $x^2 + 2x - 35$

दो संख्याएँ ज्ञात करो जिनका गुणनफल -35 तथा योग 2 हो।

गुणनफल	योग
$-7 \times 5 = -35$	$-7 + 5 = -2$
$-5 \times 7 = -35$	$-5 + 7 = 2$

अतः वाँछित संख्याएँ -5 और 7 हैं।

$$\begin{aligned}\therefore x^2 + 2x - 35 &= x^2 + 7x - 5x - 35 \\ &= x(x+7) - 5(x+7) \\ &= (x+7)(x-5)\end{aligned}$$

(घ) $x^2 - 4x + 3$

दो संख्याएँ ज्ञात करो जिनका गुणनफल 3 तथा योग - 4 हो।

गुणनफल	योग
$-3 \times (-1) = 3$	$-3 + (-1) = -4$

अतः वाँछित संख्याएँ - 3 तथा - 1 हैं।

$$\begin{aligned}\therefore x^2 - 4x + 3 &= x^2 - 3x - x + 3 \\ &= x(x-3) - 1(x-3) \\ &= (x-3)(x-1)\end{aligned}$$

(ङ) $x^2 - 21x - 72$

दो संख्याएँ ज्ञात करो जिनका गुणनफल - 72 तथा योग - 21 हो।

गुणनफल	योग
$-9 \times 8 = -72$	$-9 + 8 = -1$

$-8 \times 9 = -72$	$-8 + 9 = 1$
---------------------	--------------

$-24 \times 3 = -72$	$-24 + 3 = -21$
----------------------	-----------------

अतः वाँछित संख्याएँ - 24 तथा 3 हैं।

$$\begin{aligned}\therefore x^2 - 21x - 72 &= x^2 - 24x + 3x - 72 \\ &= x(x-24) + 3(x-24) \\ &= (x-24)(x+3)\end{aligned}$$

(च) $6x^2 - 13x + 6$

दो संख्याएँ ज्ञात करो जिनका गुणनफल 36 तथा योग - 13 हो।

गुणनफल	योग
$6 \times 6 = 36$	$6 + 6 = 12$

$(-6) \times (-6) = 36$	$-6 + -6 = -12$
-------------------------	-----------------

$9 \times 4 = 36$	$9 + 4 = 13$
-------------------	--------------

$(-9) \times (-4) = 36$	$-9 - 4 = -13$
-------------------------	----------------

अतः वाँछित संख्याएँ - 9 तथा - 4 हैं।

$$\begin{aligned}\therefore 6x^2 - 13x + 6 &= 6x^2 - 9x - 4x + 6 \\ &= 3x(2x-3) - 2(2x-3) \\ &= (2x-3)(3x-2)\end{aligned}$$

(छ) $y^2 + 10y + 24$

दो संख्याएँ ज्ञात करो जिनका गुणनफल 24 तथा योग 10 हो।

गुणनफल योग

$$4 \times 6 = 24 \qquad 4 + 6 = 10$$

अतः वाँछित संख्याएँ 4 तथा 6 हैं।

$$\begin{aligned} \therefore y^2 + 4y + 6y + 24 &= y(y+4) + 6(y+4) \\ &= (y+4)(y+6) \end{aligned}$$

(ज) $z^2 + 12z + 27$

दो संख्याएँ ज्ञात करो जिनका गुणनफल 27 तथा योग 12 हो।

गुणनफल योग

$$3 \times 9 = 27 \qquad 3 + 9 = 12$$

अतः वाँछित संख्याएँ 3 तथा 9 हैं।

$$\begin{aligned} \therefore z^2 + 3z + 9z + 27 &= z(z+3) + 9(z+3) \\ &= (z+3)(z+9) \end{aligned}$$

अभ्यास 7.2

1. (क) $a^{25} \div a^{12} = \frac{a^{25}}{a^{12}} = a^{25-12} = a^{13}$

(ख) $x^3 \div -y^3 = \frac{x^3}{-y^3} = \frac{-x^3}{y^3}$

(ग) $15x^2y^2 \div 5y = \frac{15x^2y^2}{5y} = 3x^2y^{2-1} = 3x^2y$

(घ) $27a^4 \div -9a^3 = \frac{27a^4}{-9a^3} = -3a^{4-3} = -3a$

2. (क) $(a^2b - 3ab) \div b = \frac{a^2b - 3ab}{b} = \frac{b(a^2 - 3a)}{b}$
 $= a^2 - 3a$

(ख) $(x^3y^6 - x^8y^3) \div x^3y^3 = \frac{x^3y^6 - x^8y^3}{x^3y^3}$
 $= \frac{x^3y^3(y^3 - x^5)}{x^3y^3}$
 $= y^3 - x^5$

$$\begin{aligned}
 \text{(ग)} \quad (-30a^6 - 6a^3) \div (-6a^3) &= \frac{-30a^6 - 6a^3}{-6a^3} \\
 &= \frac{-6a^3(5a^3 + 1)}{-6a^3} \\
 &= (5a^3 + 1)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{(घ)} \quad (25x^5 + 20x^4) \div 5x^2 &= \frac{25x^5 + 20x^4}{5x^2} \\
 &= \frac{5x^2(5x^3 + 4x^2)}{5x^2} \\
 &= 5x^3 + 4x^2
 \end{aligned}$$

$$3. \text{ (क)} \quad (4x^2 - 9) \div (2x - 3)$$

गुणनखंडन विधि का प्रयोग करते हुए-

$$4x^2 - 9 = (2x)^2 - (3)^2$$

$$= (2x + 3)(2x - 3)$$

$$\therefore (4x^2 - 9) \div (2x - 3) = \frac{(2x + 3)(2x - 3)}{(2x - 3)} = (2x + 3)$$

$$\text{(ख)} \quad (15x - 25) \div (3x - 5) = \frac{15x - 25}{3x - 5} = \frac{5(3x - 5)}{(3x - 5)} = 5$$

$$\text{(ग)} \quad (x^2 + 4x - 21) \div (x - 3)$$

गुणनखंडन विधि का प्रयोग करते हुए-

$$x^2 + 4x - 21 = x^2 + 7x - 3x - 21$$

$$= x(x + 7) - 3(x + 7)$$

$$= (x + 7)(x - 3)$$

$$\begin{aligned}
 \therefore (x^2 + 4x - 21) \div (x - 3) &= \frac{x^2 + 4x - 21}{x - 3} \\
 &= \frac{(x + 7)(x - 3)}{(x - 3)}
 \end{aligned}$$

$$= (x + 7)$$

$$\text{(घ)} \quad (x^2 - y^2) \div (x + y) = \frac{x^2 - y^2}{x + y} = \frac{(x + y)(x - y)}{x + y}$$

$$= (x - y)$$

$$\begin{array}{r}
 3x^2 + 4x + \frac{1}{3} \\
 \hline
 4. \text{ (क)} \quad 3x+1 \overline{) 9x^3 + 15x^2 + 5x + 3} \\
 \underline{- 9x^3 + 3x^2} \\
 12x^2 + 5x \\
 \underline{- 12x^2 + 4x} \\
 x + 3 \\
 \underline{- x + \frac{1}{3}} \\
 \frac{8}{3}
 \end{array}$$

भागफल $3x^2 + 4x + \frac{1}{3}$ तथा शेषफल $\frac{8}{3}$ है।

$$\begin{array}{r}
 -3y + 4 \\
 \hline
 \text{(ख)} \quad 2y-3 \overline{) -6y^2 + 17y - 12} \\
 \underline{- 6y^2 + 9y} \\
 8y - 12 \\
 \underline{- 8y + 12} \\
 0
 \end{array}$$

अतः भागफल $-3y + 4$ तथा शेषफल 0 है।

$$\begin{array}{r}
 2x + 3 \\
 \hline
 \text{(ग)} \quad 7x-4 \overline{) 14x^2 + 13x - 15} \\
 \underline{- 14x^2 - 8x} \\
 21x - 15 \\
 \underline{- 21x - 12} \\
 -3
 \end{array}$$

अतः भागफल $2x + 3$ तथा शेषफल -3 है।

$$\begin{array}{r}
 \overline{x^2 - x - 1} \\
 (घ) \overline{2x^3 + x^2 - 5x - 2} \\
 \underline{-2x^3 + 3x^2} \\
 -2x^2 - 5x \\
 \underline{-2x^2 - 3x} \\
 + + \\
 -2x - 2 \\
 \underline{-2x - 3} \\
 + + \\
 1
 \end{array}$$

अतः भागफल $x^2 - x - 1$ तथा शेषफल 1 है।

$$\begin{array}{r}
 \overline{3x - 3} \\
 5. (क) \overline{6x^2 + 3x + 10} \\
 \underline{-6x^2 + 9x} \\
 -6x + 10 \\
 \underline{-6x - 9} \\
 + + \\
 19
 \end{array}$$

अतः भागफल $3x - 3$ तथा शेषफल 19 है।

$$\begin{array}{r}
 \overline{x^3 + 2x^2 - 6x + 2} \\
 (ख) \overline{x^5 + 4x^4 - 2x^3 - 10x^2 + 13x - 6} \\
 \underline{-x^5 + 2x^4} \\
 2x^4 - 2x^3 \\
 \underline{2x^4 + 4x^3} \\
 -6x^3 - 10x^2 \\
 \underline{-6x^3 - 12x^2} \\
 + + \\
 2x^2 + 13x \\
 \underline{2x^2 + 4x} \\
 9x - 6
 \end{array}$$

अतः भागफल $x^3 + 2x^2 - 6x + 2$ तथा शेषफल $9x - 6$ है।

(ग) भाज्य के पदों की घातों को घटते क्रम में रखकर भाग देने पर—

$$\begin{array}{r}
 -4x^3 + 2x^2 - 8x + 30 \\
 3x + 7 \overline{) -12x^4 - 22x^3 - 10x^2 + 34x - 75} \\
 \underline{-12x^4 - 28x^3} \\
 6x^3 - 10x^2 \\
 \underline{-6x^3 + 14x^2} \\
 -24x^2 + 34x \\
 \underline{-24x^2 - 56x} \\
 90x - 75 \\
 \underline{-90x + 210} \\
 -285
 \end{array}$$

अतः भागफल $-4x^3 + 2x^2 - 8x + 30$ तथा शेषफल -285 है।

$$\begin{array}{r}
 3y^3 - 5y + 1 \\
 2y^2 - 6 \overline{) 6y^5 - 28y^3 + 3y^2 + 30y - 9} \\
 \underline{-6y^5 + 18y^3} \\
 -10y^3 + 3y^2 + 30y \\
 \underline{-10y^3 + 30y} \\
 3y^2 - 9 \\
 \underline{-2y^2 + 6} \\
 y^2 - 3
 \end{array}$$

अतः भागफल $3y^3 - 5y + 1$ तथा शेषफल $y^2 - 3$ है।

6. दिया है, आयताकार खेत का क्षेत्रफल

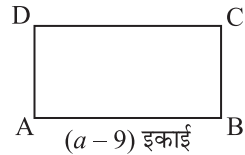
$$= (a^2 - 19a + 90) \text{ वर्ग इकाई}$$

तथा इसकी लंबाई $= (a - 9)$ इकाई

$$\therefore \text{आयत की चौड़ाई} = \frac{\text{आयताकार खेत का क्षेत्रफल}}{\text{आयताकार खेत की लंबाई}}$$

$$= \frac{(a^2 - 19a + 90) \text{ वर्ग इकाई}}{(a - 9) \text{ इकाई}}$$

$$= a - 10 \text{ इकाई}$$



$$\begin{array}{r}
 a-10 \\
 a-9 \overline{) a^2 - 19a + 90} \\
 \underline{a^2 - 9a} \\
 -10a + 90 \\
 \underline{-10a - 90} \\
 + \\
 0
 \end{array}$$

अतः आयताकार खेत की चौड़ाई $(a-10)$ इकाई है।

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (द) 2. (स) 3. (ब) 4. (ब) 5. (द)

बौद्धिक गणित

1. $16x^2 + 40xy + 25y^2$ में $x=2$ तथा $y=3$ रखने पर,
 $= 16 \times (2)^2 + 40 \times 2 \times 3 + 25 \times (3)^2$
 $= 16 \times 4 + 40 \times 2 \times 3 + 25 \times 9$
 $= 64 + 240 + 225 = 529$
2. $13.5^2 - 6.5^2 = (13.5 + 6.5)(13.5 - 6.5)$
 $= 20 \times 7 = 140$

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. $\frac{4.87 \times 4.87 - 1.13 \times 1.13}{4.87 + 1.13} = \frac{4.87^2 - 1.13^2}{4.87 + 1.13} = \frac{(4.87 + 1.13)(4.87 - 1.13)}{4.87 + 1.13}$
 $= \frac{6 \times 3.74}{6} = 3.74$

2. भाज्य तथा भाजक के पदों की घातों को घटते क्रम में रखकर भाग देने पर—

$$\begin{array}{r}
 3y^2 + 3y + 2 \\
 y^2 - 2y \overline{) 3y^4 - 3y^3 - 4y^2 - 4y} \\
 \underline{3y^4 - 6y^3} \\
 -3y^3 - 4y^2 - 4y \\
 \underline{3y^3 - 4y^2} \\
 -3y^3 - 6y^2 - 4y \\
 \underline{-3y^3 - 6y^2} \\
 2y^2 - 4y \\
 \underline{2y^2 - 4y} \\
 0
 \end{array}$$

अतः भागफल $3y^2 + 3y + 2$ तथा शेषफल 0 है।



एक चर राशि में रैखिक समीकरण

अभ्यास 8.1

1. (क) $x - 5 = 6$
 $\Rightarrow x = 6 + 5 = 11$ (5 का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)
- (ख) $a - 7 = 18$
 $\Rightarrow a = 18 + 7 = 25$ (7 का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)
- (ग) $x + 4 = 7$
 $\Rightarrow x = 7 - 4 = 3$ (4 का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)
 $x = 3$
- (घ) $y - 3 = 12$
 $\Rightarrow y = 12 + 3 = 15$ (3 का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)
 $y = 15$
- (ङ) $8 = x + 3$ या $x + 3 = 8$
 $\Rightarrow x = 8 - 3 = 5$ (3 का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)
 $x = 5$
- (च) $7x + 9 = 16$
 $\Rightarrow 7x = 16 - 9 = 7$
 (9 का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)
 $\Rightarrow 7x = 7$ (दोनों पक्षों में 7 से भाग करने पर)
 $\Rightarrow \frac{7x}{7} = \frac{7}{7}$ या $x = 1$
- (छ) $4y - 11 = 5$
 $\Rightarrow 4y = 5 + 11 = 16$
 (11 का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)
 $\Rightarrow 4y = 16$ (दोनों पक्षों में 4 से भाग करने पर)
 $\Rightarrow \frac{4y}{4} = \frac{16}{4}$ या $y = 4$
- (ज) $3x - 4 = 8$
 $\Rightarrow 3x = 8 + 4 = 12$ (4 का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)
 $\Rightarrow 3x = 12$ (दोनों पक्षों में 3 से भाग करने पर)
 $\Rightarrow \frac{3x}{3} = \frac{12}{3}$ या $x = 4$

$$2. (क) \quad \frac{x}{2} = -9$$

$$\Rightarrow \frac{2 \times x}{2} = -9 \times 2 \quad (\text{दोनों पक्षों में 2 से गुणा करने पर})$$

$$\Rightarrow x = -18$$

$$(ख) \quad \frac{x}{2} - \frac{x}{3} = \frac{1}{6}$$

हरों 2, 3 व 6 का ल०स० 6 है। समीकरण के दोनों पक्षों में 6 से गुणा करने पर—

$$\frac{6 \times x}{2} - \frac{6 \times x}{3} = \frac{6 \times 1}{6}$$

$$\Rightarrow 3x - 2x = 1$$

$$\Rightarrow x = 1$$

$$(ग) \quad \frac{2x}{3} = 14$$

$$\Rightarrow \frac{2x \times 3}{2} = 14 \times 3 \quad (\text{दोनों पक्षों में 3 से गुणा करने पर})$$

$$\Rightarrow 2x = 42$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{42}{2} \quad (\text{दोनों पक्षों में 2 से भाग करने पर})$$

$$\Rightarrow x = 21$$

$$(घ) \quad \frac{x}{5} + \frac{7}{2} = -\frac{1}{2}$$

हरों 5, 2 और 2 का ल०स० 10 है। समीकरण के दोनों पक्षों में 10 से गुणा करने पर—

$$\frac{10 \times x}{5} + \frac{10 \times 7}{2} = -\frac{10 \times 1}{2}$$

$$\Rightarrow 2x + 35 = -5$$

$$\Rightarrow 2x = -5 - 35 \quad (35 \text{ का बाएँ से दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण})$$

$$\Rightarrow 2x = -40$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{2} = \frac{-40}{2} \quad (\text{दोनों पक्षों में 2 से भाग करने पर})$$

$$\Rightarrow x = -20$$

$$3. (क) \quad \frac{3x}{4} + x = 20 + 3x$$

$$\Rightarrow \frac{3x}{4} + x - 3x = 20 \quad (3x \text{ का दाएँ से बाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण})$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 3x}{4} + 4 \times x - 4 \times 3x = 4 \times 20 \quad (\text{दोनों पक्षों को 4 से गुणा करते हुए})$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow 3x + 4x - 12x &= 80 \\ \Rightarrow 7x - 12x &= 80 \\ \Rightarrow -5x &= 80 \\ \Rightarrow x &= -\frac{80}{5} = -16 \end{aligned}$$

(ख) $5 = 24 - (x - 8x + 36)$
 $\Rightarrow 5 = 24 - x + 18x - 36$
 $\Rightarrow x - 18x = 24 - 36 - 5$ (चर पदों को बाएँ तथा अचर पदों का दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)

$$\begin{aligned} \Rightarrow -17x &= -17 \\ \Rightarrow x &= 1 \end{aligned}$$

(ग) $4 - 7x = 9 - 8x$
 $\Rightarrow -7x + 8x = 9 - 4$
 ($8x$ का बाएँ तथा 4 का दाएँ पक्ष की ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow x = 5$$

(घ) $5x - 2 = 3x - 4$
 $\Rightarrow 5x - 3x = -4 + 2$
 ($3x$ का बाईं ओर तथा 2 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\begin{aligned} \Rightarrow 2x &= -2 \\ \Rightarrow x &= \frac{-2}{2} = -1 \end{aligned}$$

(ङ) $\frac{2m}{5} + 2 = \frac{1}{3} + 3m$

$$\Rightarrow \frac{2m}{5} - 3m = \frac{1}{3} - 2$$

($3m$ का बाईं ओर तथा 2 का दाईं ओर पक्षांतरण)

हरों 5 व 3 का ल.सं. 15 है। समीकरण के दोनों पक्षों में 15 से गुणा करने पर—

$$\Rightarrow \frac{15 \times 2m}{5} - 15 \times 3m = \frac{15 \times 1}{3} - 15 \times 2$$

$$\Rightarrow 6m - 45m = 5 - 30$$

$$\Rightarrow -39m = -25$$

$$\Rightarrow m = \frac{-25}{-39} = \frac{25}{39}$$

(च) $7t - 7 = \frac{3}{2}t - \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow 7t - \frac{3}{2}t = 7 - \frac{3}{4}$$

$(\frac{3}{2}t$ का बाईं ओर तथा 7 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow \frac{14t - 3t}{2} = \frac{28 - 3}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{11t}{2} = \frac{25}{4}$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 11t}{2} = \frac{4 \times 25}{4} \quad (\text{दोनों पक्षों को 4 से गुणा करने पर})$$

$$\Rightarrow 22t = 25$$

$$\Rightarrow t = \frac{25}{22}$$

(छ) $2y + \frac{5}{3} = \frac{26}{3} - y$

$$\Rightarrow 2y + y = \frac{26}{3} - \frac{5}{3}$$

(y का बाईं ओर तथा $\frac{5}{3}$ का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow 3y = \frac{26 - 5}{3}$$

$$\Rightarrow 3y = \frac{21}{3}$$

$$\Rightarrow 3y = 7$$

$$\Rightarrow y = \frac{7}{3}$$

(ज) $5x + \frac{7}{2} = \frac{3}{2}x - 14$

$$\Rightarrow 5x - \frac{3}{2}x = -14 - \frac{7}{2}$$

$(\frac{3}{2}x$ का बाईं ओर तथा $\frac{7}{2}$ का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow \frac{10x - 3x}{2} = \frac{-28 - 7}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{7x}{2} = \frac{-35}{2}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{7} \times \frac{7x}{2} = \frac{-35}{2} \times \frac{2}{7} \quad (\text{दोनों पक्षों को } \frac{2}{7} \text{ से गुणा करने पर})$$

$$\Rightarrow x = -5$$

$$4. \text{ (क) } 6(3a-1)+3(2a+3)=1-7a$$

$$\Rightarrow 18a-6+6a+9=1-7a$$

$$\Rightarrow 18a+6a+7a=1+6-9$$

($7a$ का बाईं ओर तथा $6, 9$ का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow 31a = -2$$

$$\Rightarrow a = -\frac{2}{31}$$

$$\text{(ख) } 5m - \frac{1}{4} = 2(3m+2) + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 5m - \frac{1}{4} = 6m + 4 + \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 5m - 6m = 4 + \frac{2}{3} + \frac{1}{4}$$

($6m$ का बाईं ओर तथा $\frac{1}{4}$ का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow -m = \frac{48+8+3}{12}$$

$$\Rightarrow -m = \frac{59}{12}$$

$$\Rightarrow m = -\frac{59}{12}$$

$$\text{(ग) } 8x+4=3(x-1)+7$$

$$\Rightarrow 8x+4=3x-3+7$$

$$\Rightarrow 8x+4=3x+4$$

$$\Rightarrow 8x-3x=4-4$$

($3x$ का बाईं ओर तथा 4 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow 5x = 0$$

$$\Rightarrow \frac{5x}{5} = \frac{0}{5} \quad (\text{दोनों पक्षों में } 5 \text{ से भाग करने पर})$$

$$\Rightarrow x = 0$$

$$\text{(घ) } x = \frac{4}{5}(x+10)$$

$$\Rightarrow x = \frac{4x}{5} + \frac{10 \times 4}{5}$$

$$\Rightarrow x = \frac{4x}{5} + 8$$

$$\Rightarrow x - \frac{4x}{5} = 8 \quad \left(\frac{4x}{5} \text{ का बाईं ओर पक्षांतरण}\right)$$

$$\Rightarrow \frac{5x - 4x}{5} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} = 8$$

$$\Rightarrow \frac{x}{5} \times 5 = 8 \times 5 \quad (\text{दोनों पक्षों में 5 से गुणा करने पर})$$

$$\Rightarrow x = 40$$

5. (क)

$$\frac{a+3}{2a+3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow 3 \times (a+3) = 2 \times (2a+3) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 3a+9 = 4a+6$$

$$\Rightarrow 3a-4a = -9+6$$

($4a$ का बाईं ओर तथा 9 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow -a = -3$$

$$\Rightarrow a = 3$$

(ख)

$$\frac{2x-11}{5x+11} = 0$$

$$\Rightarrow 2x-11 = 0 \times (5x+11)$$

$$\Rightarrow 2x-11 = 0$$

$$\Rightarrow 2x = 11 \quad (11 \text{ का दाईं पक्ष की ओर पक्षांतरण})$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{2}$$

(ग)

$$\frac{3x-1}{2x+2} = 1$$

$$\Rightarrow 3x-1 = 2x+2 \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 3x-2x = 2+1$$

($2x$ का बाईं ओर तथा 1 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow x = 3$$

(घ)

$$\frac{1-9y}{19-3y} = \frac{5}{11}$$

$$\Rightarrow 11 \times (1-9y) = 5 \times (19-3y) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 11-99y = 95-15y$$

$$\Rightarrow -99y+15y = 95-11$$

($15y$ का बाईं ओर तथा 11 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow -84y = 84$$

$$\Rightarrow \frac{-84y}{-84} = \frac{84}{-84} \quad (\text{दोनों पक्षों में } -84 \text{ से भाग करने पर})$$

$$\Rightarrow y = -1$$

(ड) $\frac{3x+5}{2x+7} = \frac{2}{5}$

$$\Rightarrow 5 \times (3x+5) = 2 \times (2x+7) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 15x+25 = 4x+14$$

$$\Rightarrow 15x-4x = 14-25$$

($4x$ का बाईं ओर तथा 25 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow 11x = -11$$

$$\Rightarrow \frac{11x}{11} = \frac{-11}{11} \quad (\text{दोनों पक्षों में } 11 \text{ से भाग करने पर})$$

$$\Rightarrow x = -1$$

(च) $\frac{18x-2}{18-6x} = \frac{7}{3}$

$$\Rightarrow 3 \times (18x-2) = 7 \times (18-6x) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 54x-6 = 126-42x$$

$$\Rightarrow 54x+42x = 126+6$$

($42x$ का बाईं ओर तथा 6 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow 96x = 132$$

$$\Rightarrow x = \frac{132}{96} \quad (\text{96 का दाईं ओर पक्षांतरण})$$

$$\Rightarrow x = \frac{11}{8}$$

(छ) $\frac{2x-3}{3x-5} = \frac{3}{4}$

$$\Rightarrow 4 \times (2x-3) = 3 \times (3x-5) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 8x-12 = 9x-15$$

$$\Rightarrow 8x-9x = -15+12$$

($9x$ का बाईं ओर तथा 12 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow -x = -3$$

$$\Rightarrow x = 3$$

(ज) $\frac{7x+4}{x+6} = \frac{-3}{5}$

$$\Rightarrow 5 \times (7x+4) = -3 \times (x+6) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 35x + 20 = -3x - 18$$

$$\Rightarrow 35x + 3x = -18 - 20$$

($3x$ का बाईं ओर तथा 20 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow 38x = -38$$

$$\Rightarrow x = \frac{-38}{38} \quad (38 \text{ का दाईं ओर पक्षांतरण})$$

$$\Rightarrow x = -1$$

6. (क)

$$\frac{5}{4(m-5)} = \frac{5}{3m+4}$$

$$\Rightarrow 5 \times (3m+4) = 5 \times 4(m-5) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 15m + 20 = 20m - 100$$

$$\Rightarrow 15m - 20 = -100 - 20$$

($20m$ का बाईं ओर तथा 20 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow -5m = -120$$

$$\Rightarrow m = \frac{-120}{-5} = 24$$

(ख)

$$\frac{x+4}{x-4} = \frac{a+b+4}{a+b-4}$$

$$\Rightarrow (x+4) \times (a+b-4) = (x-4) \times (a+b+4) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow ax + bx - 4x + 4a + 4b - 16 = ax + bx + 4x - 4a - 4b - 16$$

$$\Rightarrow ax + bx - 4x + 4a + 4b - ax - bx - 4x + 4a + 4b = -16 + 16$$

(अचर पदों का दाईं ओर तथा चर पदों का बाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow ax - ax + bx - bx - 4x - 4x + 4a + 4a + 4b + 4b = 0$$

$$\Rightarrow -8x + 8a + 8b = 0$$

$$\Rightarrow -8x = -8a - 8b \quad (8a \text{ व } 8b \text{ का दाईं ओर पक्षांतरण})$$

$$\Rightarrow \frac{-8x}{-8} = \frac{-8a}{-8} - \frac{8b}{-8} \quad (\text{दोनों पक्षों में } -8 \text{ से भाग देने पर})$$

$$\Rightarrow x = a + b$$

(ग)

$$\frac{3x+5}{4x+2} = \frac{3x+4}{4x+7}$$

$$\Rightarrow (3x+5) \times (4x+7) = (3x+4) \times (4x+2) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 21x + 20x + 35 = 12x^2 + 6x + 16x + 8$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 41x + 35 = 12x^2 + 22x + 8$$

$$\Rightarrow 12x^2 + 41x - 12x^2 - 22x = 8 - 35$$

(अचर पदों का दाईं ओर तथा चर पदों का बाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow 19x = -27$$

$$\Rightarrow x = \frac{-27}{19} \quad (19 \text{ का दाईं ओर पक्षांतरण})$$

$$(घ) \quad \frac{(2x+1)-(3x+3)}{(3x-2)-(4x+1)} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{2x+1-3x-3}{3x-2-4x-1} = \frac{1}{2}$$

$$\frac{-x-2}{-x-3} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2 \times (-x-2) = 1(-x-3) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow -2x-4 = -x-3$$

$$\Rightarrow -2x+x = -3+4$$

(x का बाईं ओर तथा 4 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow -x = 1$$

$$\Rightarrow x = -1$$

$$7. (क) \quad 0.3t + 0.2 = 0.4t + 0.5$$

$$\Rightarrow 0.3t - 0.4t = 0.5 - 0.2$$

($0.4t$ का बाईं ओर तथा 0.2 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow -0.1t = 0.3$$

$$\Rightarrow t = -\frac{0.3}{0.1} = -3$$

अतः $t = -3$ दी गई समीकरण का हल है।

जाँच— $t = -3$ समीकरण में रखने पर—

$$\text{बायाँ पक्ष} = 0.3 \times (-3) + 0.2$$

$$= -0.9 + 0.2$$

$$= -0.7$$

$$\text{दायाँ पक्ष} = 0.4 \times (-3) + 0.5 = -1.2 + 0.5$$

$$= -0.7$$

$$\therefore \text{बायाँ पक्ष} = \text{दायाँ पक्ष}$$

$$(ख) \quad 0.5(2x-5) = 0.3(10x-5)$$

$$\Rightarrow 0.5 \times 2x - 0.5 \times 5 = 0.3 \times 10x - 0.3 \times 5$$

$$\Rightarrow 1.0x - 2.5 = 0.3x - 1.5$$

$$\Rightarrow x - 3x = -1.5 + 2.5$$

($3x$ का बाईं ओर तथा 2.5 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow -2x = 1$$

$$\Rightarrow \frac{-2x}{-2} = \frac{1}{-2} \quad (\text{दोनों पक्षों में } -2 \text{ से भाग देने पर})$$

$$\Rightarrow x = -\frac{1}{2}$$

$$(ग) \quad 5a - \frac{18}{25} = 1.2a + \frac{39}{25}$$

$$\Rightarrow 5a - 1.2a = \frac{18}{25} + \frac{39}{25}$$

($1.2a$ का बाईं ओर तथा $\frac{18}{25}$ का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\Rightarrow 3.8a = \frac{18+39}{25} = \frac{57}{25}$$

$$\Rightarrow \frac{3.8a}{3.8} = \frac{57}{3.8 \times 25}$$

(3.8 से दोनों पक्षों में भाग देने पर)

$$\Rightarrow a = \frac{570}{38 \times 25} = \frac{3}{5}$$

अतः $a = \frac{3}{5}$ दी गई समीकरण का हल है।

जाँच- $a = \frac{3}{5}$ समीकरण में रखने पर-

$$\begin{aligned} \text{बायाँ पक्ष} &= 5 \times \frac{3}{5} - \frac{18}{25} = \frac{15}{5} - \frac{18}{25} \\ &= \frac{75-18}{25} = \frac{57}{25} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{दायाँ पक्ष} &= 1.2 \times \frac{3}{5} + \frac{39}{25} = \frac{3.6}{5} + \frac{39}{25} \\ &= \frac{18+39}{25} = \frac{57}{25} \end{aligned}$$

\therefore बायाँ पक्ष = दायाँ पक्ष

$$(घ) \quad \frac{0.4z-3}{1.5z+9} = \frac{-7}{5}$$

$$\Rightarrow 5 \times (0.4z - 3) = -7 \times (1.5z + 9) \quad (\text{वज्र गुणन द्वारा})$$

$$\Rightarrow 2.0z - 15 = -10.5z - 63$$

$$\Rightarrow 2z + 10.5z = -63 + 15$$

($10.5z$ का बाईं ओर तथा 15 का दाईं ओर पक्षांतरण)

$$\begin{aligned}
\Rightarrow & 12.5z = -48 \\
\Rightarrow & z = \frac{-48}{12.5} && (12.5 \text{ का दाईं ओर पक्षांतरण}) \\
\Rightarrow & z = \frac{-48 \times 10}{125} \\
\Rightarrow & z = -\frac{96}{25}
\end{aligned}$$

अभ्यास 8.2

1. माना तीन क्रमागत सम संख्याएँ $x, x+2$ तथा $x+4$ हैं।

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned}
& x + (x+2) + (x+4) = 96 \\
\Rightarrow & 3x + 6 = 96 \\
\Rightarrow & 3x = 96 - 6 && (6 \text{ का दाईं पक्ष की ओर पक्षांतरण}) \\
\Rightarrow & 3x = 90 \\
\Rightarrow & x = \frac{90}{3} = 30
\end{aligned}$$

अतः तीनों क्रमागत सम संख्याएँ 30, $30+2$ तथा $30+4$ अर्थात् 30, 32 तथा 34 हैं।

2. माना दूसरी संख्या x है।

\therefore पहली संख्या = $2x$

$$\begin{aligned}
\text{प्रश्नानुसार,} & 2x + x = 96 \\
\Rightarrow & 3x = 96 \\
\Rightarrow & x = \frac{96}{3} = 32
\end{aligned}$$

अतः पहली संख्या = $2 \times 32 = 64$

तथा दूसरी संख्या = 32

3. माना संख्या x है।

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned}
& 4x - 7 = 65 \\
\Rightarrow & 4x = 65 + 7 = 72 \\
\Rightarrow & x = \frac{72}{4} = 18
\end{aligned}$$

अतः वांछित संख्या 18 है।

4. माना इकाई का अंक x है।

$$\therefore \text{दहाई का अंक} = 3x$$

$$\text{अतः संख्या का मान} = 10 \times 3x + x$$

अब अंकों को उलट दिया जाता है।

$$\text{तब इकाई का अंक} = 3x$$

$$\text{तथा दहाई का अंक} = x$$

$$\text{अतः नई संख्या का मान} = 10x + 3x$$

प्रश्नानुसार,

$$(10 \times 3x + x) + (10x + 3x) = 88$$

$$\Rightarrow 31x + 13x = 88$$

$$\Rightarrow 44x = 88$$

$$\Rightarrow x = \frac{88}{44} = 2$$

इस प्रकार इकाई का अंक 2 तथा दहाई का अंक $3 \times 2 = 6$ है।

$$\text{अतः वाँछित संख्या} = 62$$

5. माना संख्याएँ $4x$ तथा $5x$ हैं।

प्रश्नानुसार,

$$4x + 5x = 135$$

$$\Rightarrow 9x = 135$$

$$\Rightarrow x = \frac{135}{9} = 15$$

$$\therefore \text{पहली संख्या} = 4 \times 15 = 60$$

$$\text{तथा दूसरी संख्या} = 5 \times 15 = 75$$

अतः वाँछित संख्याएँ 60 तथा 75 हैं।

6. माना इकाई का अंक $3x$ तथा दहाई का अंक $2x$ है।

$$\therefore \text{संख्या} = 10 \times 2x + 3x$$

अब संख्या में 27 जोड़ा जाए तो अंकों के स्थान परिवर्तित हो जाते हैं।

$$\text{तब, इकाई का अंक} = 2x$$

$$\text{तथा दहाई का अंक} = 3x$$

$$\text{अतः नई संख्या का मान} = 10 \times 3x + 2x$$

प्रश्नानुसार,

$$(10 \times 2x + 3x) + 27 = 10 \times 3x + 2x$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & 20x + 3x + 27 = 30x + 2x \\ \Rightarrow & 23x + 27 = 32x \\ \Rightarrow & 27 = 32x - 23x \\ \Rightarrow & 9x = 27 \\ \Rightarrow & x = \frac{27}{9} = 3 \\ \therefore & \text{संख्या} = 10 \times (2 \times 3) + 3 \times 3 \\ & = 60 + 9 = 69 \end{aligned}$$

7. माना इकाई का अंक x है।

\therefore दहाई का अंक $9-x$ होगा।

अतः संख्या का मान $= 10(9-x) + x = 90 - 9x$

अब अंकों को उलट दिया जाता है।

तब इकाई का अंक $= 9-x$

तथा दहाई का अंक $= x$

अतः नई संख्या का मान $= 10x + (9-x)$

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} & 10x + (9-x) = 45 + (90-9x) \\ \Rightarrow & 10x + 9 - x = 45 + 90 - 9x \\ \Rightarrow & 9x + 9 = 135 - 9x \\ \Rightarrow & 9x + 9x = 135 - 9 \\ \Rightarrow & 18x = 126 \\ \Rightarrow & x = \frac{126}{18} = 7 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{अतः वास्तविक संख्या} &= 10(9-4) + 7 \\ &= 10 \times 2 + 7 \\ &= 20 + 7 = 27 \end{aligned}$$

8. माना पुत्र की वर्तमान उम्र $= x$ वर्ष

\therefore पिता की वर्तमान उम्र $= (53-x)$ वर्ष

4 वर्ष पहले पुत्र की उम्र $= (x-4)$ वर्ष

4 वर्ष पहले पिता की उम्र $= (53-x-4)$ वर्ष
 $= (49-x)$ वर्ष

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} & (49-x) = 4(x-4) \\ \Rightarrow & 49-x = 4x-16 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow & -x - 4x = -49 - 16 \\ \Rightarrow & -5x = -65 \\ \Rightarrow & x = \frac{-65}{-5} = 13 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{पिता की वर्तमान उम्र} &= (53 - 13) \text{ वर्ष} \\ &= 40 \text{ वर्ष} \end{aligned}$$

9. माना रानी की वर्तमान उम्र = x वर्ष

$$\therefore \text{हरि की वर्तमान उम्र} = 3x \text{ वर्ष}$$

$$3 \text{ वर्ष पहले रानी की उम्र} = (x - 3) \text{ वर्ष}$$

$$3 \text{ वर्ष पहले हरि की उम्र} = (3x - 3) \text{ वर्ष}$$

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} & 3x - 3 = 4(x - 3) - 2 \\ \Rightarrow & 3x - 3 = 4x - 12 - 2 \\ \Rightarrow & 3x - 3 = 4x - 14 \\ \Rightarrow & 4x - 3x = -3 + 14 = 11 \\ \Rightarrow & x = 11 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{रानी की वर्तमान उम्र} = 11 \text{ वर्ष}$$

$$\text{हरि की वर्तमान उम्र} = 3 \times 11 \text{ वर्ष} = 33 \text{ वर्ष}$$

10. माना भिन्न का अंश x है।

$$\therefore \text{भिन्न का हर} = x - 4$$

$$\therefore \text{भिन्न} = \frac{x}{x - 4}$$

अब अंश और हर में 3 जोड़ा जाता है।

$$\text{तब, नया अंश} = x + 3$$

$$\text{तथा नया हर} = x - 4 + 3 = x - 1$$

$$\therefore \text{नई भिन्न} = \frac{x + 3}{x - 1}$$

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} & \frac{x + 3}{x - 1} = \frac{9}{7} \\ \Rightarrow & 7(x + 3) = 9(x - 1) \\ \Rightarrow & 7x + 21 = 9x - 9 \\ \Rightarrow & 9x - 7x = 21 + 9 \\ \Rightarrow & 2x = 30 \end{aligned}$$

$$\Rightarrow x = \frac{30}{2} = 15$$

$$\therefore \text{अंश} = 15$$

$$\text{हर} = 15 - 4 = 11$$

$$\therefore \text{भिन्न} = \frac{15}{11}$$

11. माना घोल में x ली एल्कोहॉल मिलाया जाए।

तब, घोल में एल्कोहॉल की नई मात्रा = $(20+x)$ ली

तथा घोल की नई मात्रा = $(60+x)$ ली

प्रश्नानुसार,

$$\frac{20+x}{60+x} = \frac{50}{100} = \frac{1}{2}$$

$$\Rightarrow 2(20+x) = 60+x$$

$$\Rightarrow 40+2x = 60+x$$

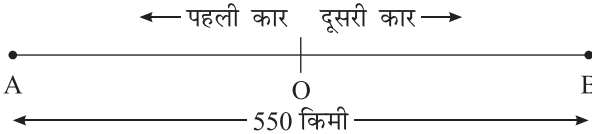
$$\Rightarrow 2x-x = 60-40 = 20$$

$$\Rightarrow x = 20 \text{ ली}$$

अतः घोल में 20 ली एल्कोहॉल मिलाना होगा।

12. माना पहली कार द्वारा तय की गई दूरी = x किमी

\therefore दूसरी कार द्वारा तय की गई दूरी = $(550-x)$ किमी



हम जानते हैं, $\text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{चाल}}$

\therefore पहली कार द्वारा x किमी दूरी तय करने में लगा समय = $\frac{x}{50}$ घंटे

दूसरी कार द्वारा $(550-x)$ किमी दूरी तय करने में लगा समय = $\frac{550-x}{60}$ घंटे

अब पहली कार को x किमी दूरी तय करने में लगा समय, दूसरी कार द्वारा $(550-x)$ किमी की दूरी तय करने में लगे समय के बराबर होगा।

प्रश्नानुसार,

$$\frac{x}{50} = \frac{550-x}{60}$$

$$\Rightarrow 60x = 50(550-x) = 50 \times 550 - 50x$$

$$\Rightarrow 60x + 50x = 50 \times 550$$

$$\Rightarrow 110x = 50 \times 550$$

$$\Rightarrow x = \frac{50 \times 550}{110} = 250 \text{ किमी}$$

∴ पहली कार को 250 किमी तय करने में लगा समय = $\frac{250}{50}$ घंटे = 5 घंटे

अतः 5 घंटे में कारें 550 किमी की दूसरी तय कर लेंगी।

13. माना पहली रेलगाड़ी की चाल = x किमी/घण्टा

तब दूसरी रेलगाड़ी की चाल = $x + 5$ किमी/घण्टा

पहली रेलगाड़ी द्वारा 5 घण्टे में तय की गई दूरी = $5x$ किमी

दूसरी रेलगाड़ी द्वारा 5 घण्टे में तय की गई दूरी = $5(x + 5)$ किमी

तब प्रश्न के अनुसार,

$$450 - [5x + 5(x + 5)] = 50$$

$$\Rightarrow 450 - 5x - 5x - 25 = 50$$

$$\Rightarrow 425 - 10x = 50$$

$$\Rightarrow -10x = 50 - 425$$

$$\Rightarrow -10x = -375$$

$$\Rightarrow x = \frac{375}{10} = 37.5$$

अतः पहली रेलगाड़ी की चाल = 37.5 किमी/घण्टा

दूसरी रेलगाड़ी की चाल = $(37.5 + 5) = 42.5$ किमी/घण्टा

14. माना स्थिर जल में नाव की चाल = x किमी/घण्टा

धारा की चाल = 2 किमी/घण्टा

नाव की चाल बहाव की दिशा में = $(x + 2)$ किमी/घण्टा

नाव की चाल बहाव की विपरीत दिशा में = $(x - 2)$ किमी/घण्टा

दूरी = चाल × समय

बहाव की दिशा में तय की गई दूरी = $5(x + 2)$

बहाव के विपरीत दिशा में तय की गई दूरी = $6(x - 2)$

प्रश्न के अनुसार,

$$6(x - 2) = 5(x + 2)$$

$$\Rightarrow 6x - 12 = 5x + 10$$

$$\Rightarrow 6x - 5x = 10 + 12$$

$$\Rightarrow x = 22$$

अतः नाव की स्थिर जल में चाल 22 किमी/घण्टा है।

15. माना आयत की चौड़ाई = x सेमी

∴ आयत की लम्बाई = $(x + 15)$ सेमी

परिमाप = $2 \times (\text{लम्बाई} + \text{चौड़ाई})$

$$\Rightarrow 230 = 2(x + 15 + x)$$

$$\Rightarrow 230 = 2(2x + 15)$$

$$\Rightarrow 230 = 4x + 30$$

$$\Rightarrow 4x = 230 - 30$$

$$\Rightarrow 4x = 200$$

$$\Rightarrow x = \frac{200}{4} = 50$$

अतः आयत की चौड़ाई = 50 सेमी

∴ आयत की लम्बाई = 50 + 15 = 65 सेमी

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (ब) 2. (ब) 3. (ब) 4. (ब) 5. (स)

बौद्धिक गणित

1. $\frac{x}{1} - \frac{x}{3} = \frac{2}{3}$

$$\Rightarrow \frac{3x - x}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2x}{3} = \frac{2}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{2 \times 3}{3 \times 2}$$

$$\Rightarrow x = 1$$

2. माना दूसरी संख्या x है।

$$\therefore \text{पहली संख्या} = 3 \times x = 3x$$

प्रश्न के अनुसार,

$$x + 3x = 20$$

$$\Rightarrow 4x = 20$$

$$\Rightarrow x = \frac{20}{4} = 5$$

$$\therefore \text{पहली संख्या} = 3x = 3 \times 5 = 15$$

अतः पहली संख्या 15 तथा दूसरी संख्या 5 है।

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. माना इकाई का अंक = x

$$\text{दहाई का अंक} = x + 1$$

$$\begin{aligned} \text{तब, मूल संख्या } 10 \times (x+1) + x &= 10x + 10 + x \\ &= 11x + 10 \end{aligned}$$

अंकों का स्थान बदलने पर,

$$\begin{aligned} \text{नई संख्या } 10 \times x + (x+1) &= 10x + x + 1 \\ &= 11x + 1 \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार,

$$11x + 1 = \frac{5}{6} \times (11x + 10)$$

$$\Rightarrow 6 \times (11x + 1) = 5 \times (11x + 10)$$

$$\Rightarrow 66x + 6 = 55x + 50$$

$$\Rightarrow 66x - 55x = 50 - 6$$

$$\Rightarrow 11x = 44$$

$$\Rightarrow x = \frac{44}{11} = 4$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{संख्या} &= 11x + 10 \\ &= 11 \times 4 + 10 \\ &= 44 + 10 \\ &= 54 \end{aligned}$$

अतः अभीष्ट संख्या 54 है।

2. माना A की वर्तमान आयु $= 3x$ वर्ष

B की वर्तमान आयु $= 4x$ वर्ष

10 वर्ष पहले A की आयु $= (3x - 10)$ वर्ष

10 वर्ष पहले B की आयु $= (4x - 10)$ वर्ष

प्रश्नानुसार,

$$(3x - 10) = \frac{1}{2} \times (4x - 10)$$

$$\Rightarrow 2 \times (3x - 10) = 4x - 10$$

$$\Rightarrow 6x - 20 = 4x - 10$$

$$\Rightarrow 6x - 4x = 20 - 10$$

$$\Rightarrow 2x = 10$$

$$\Rightarrow x = \frac{10}{2} = 5$$

$\therefore A$ की वर्तमान आयु $= 3x$ वर्ष $= 3 \times 5 = 15$ वर्ष

B की वर्तमान आयु $= 4x$ वर्ष $= 4 \times 5 = 20$ वर्ष

अतः A की वर्तमान आयु 15 वर्ष तथा B की वर्तमान आयु 20 वर्ष है।



राशियों की तुलना

अभ्यास 9.1

1. (क) $42\% = \frac{42}{100} = 0.42$

(ख) $6\frac{1}{9} = \frac{55}{9} = \left(\frac{55}{9} \times 100\right)\% = \frac{5500}{9}\% = 611\frac{1}{9}\%$

(ग) $81:9 = \frac{81}{9} = \left(\frac{81}{9} \times 100\right)\% = \frac{8100}{9}\% = 900\%$

(घ) $5\frac{2}{5}\% = \frac{27}{5}\% = \frac{27}{5} \times \frac{1}{100} = \frac{27}{500}$

2. (क) माना 45 का x प्रतिशत का मान 20 है।

$$\therefore 45 \text{ का } x\% = 20$$

$$\Rightarrow \frac{45 \times x}{100} = 20$$

$$\Rightarrow x = \frac{20 \times 100}{45} = \frac{400}{9} = 44\frac{4}{9}\%$$

अतः वाँछित प्रतिशत $44\frac{4}{9}\%$ है।

(ख) माना 40 का x प्रतिशत का मान 10 है।

$$\therefore 40 \text{ का } x\% = 10$$

$$\Rightarrow \frac{40 \times x}{100} = 10$$

$$\Rightarrow x = \frac{10 \times 100}{40} = 25\%$$

अतः वाँछित प्रतिशत 25% है।

(ग) माना $\frac{2}{9}$ का x प्रतिशत का मान $\frac{1}{3}$ है।

$$\therefore \frac{2}{9} \text{ का } x\% = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow \frac{2}{9} \times \frac{x}{100} = \frac{1}{3}$$

$$\Rightarrow x = \frac{900}{2 \times 3} = 150\%$$

अतः वाँछित प्रतिशत 150% है।

(घ) माना ₹ 7.50 का x प्रतिशत का मान ₹ 6 है।

$$\therefore \text{₹ 7.50 का } x\% = \text{₹ 6}$$

$$\Rightarrow \frac{7.50 \times x}{100} = 6$$

$$\Rightarrow x = \frac{100 \times 6}{7.50} = 80\%$$

अतः वाँछित प्रतिशत 80% है।

3. (क) x का 40% = 50

$$\Rightarrow x \times \frac{40}{100} = 50$$

$$\Rightarrow x = \frac{50 \times 100}{40} = 125$$

(ख) x का 10% = 4

$$\Rightarrow x \times \frac{10}{100} = 4$$

$$\Rightarrow x = \frac{4 \times 100}{10} = 40$$

(ग) x का 60% = 360

$$\Rightarrow x \times \frac{60}{100} = 360$$

$$\Rightarrow x = \frac{360 \times 100}{60} = 600$$

(घ) x का 12% = 24

$$\Rightarrow x \times \frac{12}{100} = 24$$

$$\Rightarrow x = \frac{24 \times 100}{12} = 200$$

4. माना, विद्यालय में लड़कों की संख्या x है।

$$\text{लड़कियों की संख्या} = 1800 - x$$

प्रश्नानुसार, 1800 का 55% = $1800 - x$

$$\Rightarrow \frac{1800 \times 55}{100} = 1800 - x$$

$$\Rightarrow 18 \times 55 = 1800 - x$$

$$\Rightarrow x = 1800 - 990$$

$$\Rightarrow x = 810$$

अतः विद्यालय में लड़कों की संख्या 810 है।

5. माना कस्बे की कुल जनसंख्या 100 है।

$$\text{तब, कस्बे की जनसंख्या में पुरुषों की संख्या} = 100 \text{ का } 40\% = \frac{100 \times 40}{100} = 40$$

$$\text{कस्बे की जनसंख्या में स्त्रियों की संख्या} = 100 \text{ का } 35\% = \frac{100 \times 35}{100} = 35$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{कस्बे की जनसंख्या में बच्चों की संख्या} &= 100 - (40 + 35) \\ &= 100 - 75 \\ &= 25 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{बच्चों की संख्या का प्रतिशत} = \left(\frac{25}{100} \times 100 \right)\% = 25\%$$

अतः बच्चों की प्रतिशतता = 25%

6. माना मूल्य में वृद्धि से पूर्व टी० वी० का मूल्य ₹ x था।

$$20\% \text{ की वृद्धि पर टी० वी० का नया मूल्य} = ₹ \frac{x \times 120}{100} = ₹ \frac{67}{5}$$

प्रश्नानुसार,

$$\begin{aligned} \frac{6x}{5} &= 18000 \\ \Rightarrow x &= \frac{18000 \times 5}{6} = ₹ 15000 \end{aligned}$$

अतः मूल्य में वृद्धि से पूर्व टी० वी० का मूल्य ₹ 15000 था।

7. माना मिश्रित धातु की मात्रा = 100 ग्राम

$$\therefore \text{ताँबे की मात्रा} = (100 - 30 - 45) \text{ ग्राम} = 25 \text{ ग्राम}$$

$$\therefore 100 \text{ ग्राम धातु में ताँबे की मात्रा} = 25 \text{ ग्राम}$$

$$\therefore 800 \text{ ग्राम धातु में ताँबे की मात्रा} = \frac{25}{100} \times 800 \text{ ग्राम} = 200 \text{ ग्राम}$$

अतः धातु में ताँबे की मात्रा 200 ग्राम है।

8. माना वस्तु का क्र०मू० ₹ 100 है।

$$\text{हानि} = 10\%$$

$$\therefore \text{वि०मू०} = ₹ (100 - 10) = ₹ 90$$

$$\text{यदि वि०मू० ₹ 90 है, तो क्र०मू०} = ₹ 100$$

$$\text{यदि वि०मू० ₹ 1200 है, तो क्र०मू०} = ₹ \frac{100}{90} \times 1200 = ₹ \frac{4000}{3}$$

$$10\% \text{ लाभ प्राप्त करने के लिए वि०मू०} = ₹ (100 + 10) = ₹ 110$$

$$\text{यदि क्र०मू० ₹ 100 है, तो वि०मू०} = ₹ 110$$

$$\text{यदि क्र०मू० ₹ } \frac{4000}{3} \text{ है, तो वि०मू०} = ₹ \frac{110}{100} \times \frac{4000}{3}$$

$$= ₹ 1466.67$$

अतः दुकानदार को वस्तु ₹ 1466.67 में बेचनी चाहिए।

वैकल्पिक विधि-

$$\begin{aligned}\text{वस्तु का क्र०मू०} &= \left(\frac{100}{100 - \text{हानि}\%} \right) \times \text{वि०मू०} \\ &= ₹ \left(\frac{100}{100 - 10} \right) \times 1200 \\ &= ₹ \frac{100}{90} \times 1200 = ₹ \frac{4000}{3}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}10\% \text{ लाभ प्राप्त करने के लिए वस्तु का वि०मू०} &= \left(\frac{100 + \text{लाभ}\%}{100} \right) \times \text{क्र०मू०} \\ &= ₹ \left(\frac{100 + 10}{100} \right) \times \frac{4000}{3} \\ &= ₹ \frac{110}{100} \times \frac{4000}{3} = ₹ \frac{4400}{3} \\ &= ₹ 1466.67\end{aligned}$$

अतः दुकानदार को वस्तु ₹ 1466.67 में बेचनी चाहिए।

9. माना, एक वर्ष पहले जनसंख्या x थी।

$$\text{जनसंख्या में वृद्धि} = \frac{x \times 15}{100} = \frac{3x}{20}$$

$$\therefore \text{वर्तमान जनसंख्या} = x + \frac{3x}{20} = \frac{23x}{20}$$

$$\text{प्रश्नानुसार,} \quad \frac{23x}{20} = 20700$$

$$\Rightarrow x = \frac{20700 \times 20}{23} = 18000$$

अतः एक वर्ष पहले जनसंख्या 18000 थी।

10. माना रमेश की वास्तविक आय ₹ 100 है।

$$\text{वस्त्रों पर खर्च} = ₹ 100 \times \frac{20}{100} = ₹ 20$$

$$\text{शेष आय} = ₹ 100 - ₹ 20 = ₹ 80$$

$$\text{भोजन पर खर्च} = ₹ 80 \times \frac{25}{100} = ₹ 20$$

$$\text{अब शेष आय} = ₹ 80 - ₹ 20 = ₹ 60$$

यदि शेष आय ₹ 60 है, तो वास्तविक आय = ₹ 100

$$\text{यदि शेष आय ₹ 9600 है, तो वास्तविक आय} = ₹ \frac{100}{60} \times 9600 = ₹ 16000$$

अतः रमेश की वास्तविक आय ₹ 16000 है।

11. माना मशीन का मूल्य ₹ 100 है।

$$\text{मशीन पर विक्रय कर} = ₹ 100 \times \frac{6}{100} = ₹ 6$$

$$\text{अतः मशीन का कुल क्र०मू०} = ₹ (100+6) = ₹ 106$$

$$\text{यदि ₹ 106 कुल क्र०मू० है, तो मशीन का मूल्य} = ₹ 100$$

$$\text{यदि ₹ 6943 कुल क्र०मू० है, तो मशीन का मूल्य} = ₹ \frac{100}{106} \times 6943 = ₹ 6550$$

$$\text{अतः मशीन का मूल्य ₹ 6550 है।}$$

12. माना परीक्षा के पूर्णांक की संख्या x है।

$$\begin{aligned} \text{परीक्षा में उत्तीर्ण अंक} &= x \text{ का } 30\% \\ &= x \times \frac{30}{100} = \frac{3}{10}x \end{aligned}$$

प्रश्नानुसार,

$$\frac{3}{10}x = 200 + 10$$

$$\Rightarrow \frac{3}{10}x = 210$$

$$\Rightarrow x = \frac{210 \times 10}{3} = 700$$

$$\text{अतः परीक्षा के पूर्णांक की संख्या 700 है।}$$

अभ्यास 9.2

1. क्र०मू० = ₹ 2000, वि०मू० = ₹ 1600

$$\begin{aligned} \therefore \text{हानि} &= \text{क्र०मू०} - \text{वि०मू०} \\ &= ₹ (2000 - 1600) = ₹ 400 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{हानि}\% &= \frac{\text{हानि}}{\text{क्र०मू०}} \times 100 \\ &= \frac{400}{2000} \times 100\% = 20\% \end{aligned}$$

2. माना सोफा का क्र०मू० = ₹ 100

$$\text{हानि} = 8\%$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{सोफा का वि०मू०} &= ₹ 100 - ₹ 8 \\ &= ₹ 92 \end{aligned}$$

$$\text{यदि वि०मू० ₹ 92 है, तो क्र०मू०} = ₹ 100$$

$$\text{यदि वि०मू० ₹ 2645 है, तो क्र०मू०} = ₹ \frac{100}{92} \times 2645 = ₹ 2875$$

$$\therefore \text{वि०मू०} > \text{क्र०मू०}$$

∴ ₹ 3105 में बेचने पर लाभ = ₹ (3105 – 2875) = ₹ 230

$$\begin{aligned}\text{लाभ \%} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र०मू०}} \times 100 \\ &= \frac{230}{2875} \times 100\% = 8\%\end{aligned}$$

3. 12 केलों का क्र०मू० = ₹ 15

12 केलों का वि०मू० = ₹ 18

∴ वि०मू० > क्र०मू०

∴ लाभ = ₹ (18 – 15) = ₹ 3

$$\begin{aligned}\text{∴ लाभ \%} &= \frac{\text{लाभ}}{\text{क्र०मू०}} \times 100 \\ &= \frac{3}{15} \times 100 = 20\%\end{aligned}$$

4. प्रथम घड़ी का वि०मू० = ₹ 1200

लाभ% = 20%

$$\begin{aligned}\text{∴ प्रथम घड़ी का क्र०मू०} &= \left(\frac{100}{100 + \text{लाभ\%}} \right) \times \text{वि०मू०} \\ &= ₹ \left(\frac{100}{100 + 20} \right) \times 1200 \\ &= ₹ \left(\frac{100 \times 1200}{120} \right) = ₹ 1000\end{aligned}$$

दूसरी घड़ी का वि०मू० = ₹ 1200

हानि% = 20%

$$\begin{aligned}\text{दूसरी घड़ी क्र०मू०} &= \left(\frac{100}{100 - \text{हानि\%}} \right) \times \text{वि०मू०} \\ &= ₹ \left(\frac{100}{100 - 20} \right) \times 1200 \\ &= ₹ \frac{100}{80} \times 1200 = ₹ 1500\end{aligned}$$

दोनों घड़ी का कुल क्र०मू० = ₹ (1000 + 1500) = ₹ 2500

दोनों घड़ी का कुल वि०मू० = ₹ (1200 × 2) = ₹ 2400

चूँकि क्र०मू० > वि०मू०, इसलिए केशव को इस सौदे में हानि होती है।

हानि = ₹ (2500 – 2400) = ₹ 100

$$\begin{aligned}\text{∴ हानि \%} &= \frac{\text{हानि}}{\text{क्र०मू०}} \times 100 \\ &= \frac{100 \times 100}{2500} \% = 4\%\end{aligned}$$

अतः पहली घड़ी का क्र०मू० = ₹ 1000

दूसरी घड़ी का क्र०मू० = ₹ 1500

तथा हानि % = 4%

5. स्कूल बैग का वि०मू० = ₹ 400

लाभ = ₹ 60

∴ स्कूल बैग का क्र०मू० = ₹ (400 - 60)

= ₹ 340

नया वि०मू० = ₹ 600

∴ लाभ = ₹ 600 - ₹ 340

= ₹ 260

6. 12 संतरे का क्र०मू० = ₹ 15

∴ 1 संतरे का क्र०मू० = ₹ $\frac{15}{12}$ = ₹ $\frac{5}{4}$

12 संतरे का वि०मू० = ₹ 20

∴ 1 संतरे का वि०मू० = ₹ $\frac{20}{12}$ = ₹ $\frac{5}{3}$

1 संतरे पर लाभ = ₹ $\frac{5}{3}$ - ₹ $\frac{5}{4}$

= ₹ $\frac{20-15}{12}$ = ₹ $\frac{5}{12}$

∴ लाभ % = $\frac{\text{लाभ}}{\text{क्र०मू०}} \times 100$

= $\frac{5}{12} \times 100\% = \frac{5 \times 4}{12 \times 5} \times 100\%$

= $\frac{100}{3}\% = 33\frac{1}{3}\%$

अतः प्रतिशत लाभ $33\frac{1}{3}\%$ है।

7. कोट का क्रय मूल्य = $\frac{100}{100 - \text{हानि}\%} \times \text{विक्रय मूल्य}$
= $\frac{100}{100 - 5} \times 1650 = \frac{100}{95} \times 1650$
= ₹ 1736.84

अतः कोट का क्रय मूल्य ₹ 1736.84 है।

8. माना 1 वस्तु का क्र०मू० = ₹ 1
 18 वस्तुओं का क्र०मू० = ₹ (1×18) = ₹ 18
 तथा 21 वस्तुओं का क्र०मू० = ₹ (1×21)
 = ₹ 21
 \therefore 18 वस्तुओं का वि०मू० = 21 वस्तुओं का क्र०मू०
 \therefore 18 वस्तुओं का वि०मू० = ₹ 21
 \therefore लाभ = ₹ (21-18) = ₹ 3
 \therefore लाभ% = $\frac{\text{लाभ}}{\text{क्र०मू०}} \times 100$
 $= \frac{3}{18} \times 100\% = 16\frac{2}{3}\%$

9. वस्तु का क्रय मूल्य = $\frac{100}{100 + \text{लाभ}\%} \times \text{विक्रय मूल्य}$
 $= \frac{100}{100 + 10} \times 276$
 $= \frac{100}{110} \times 276$
 $= ₹ 250.90$

अतः वस्तु का क्रय मूल्य ₹ 250.90 है।

10. वस्तु का क्र०मू० = ₹ 1400
 उपरिव्यय = ₹ 100
 \therefore कुल मूल्य = ₹ (1400+100)
 $= ₹ 1500$

10% का लाभ प्राप्त करने के लिए वि०मू० = $\left(\frac{100 + \text{लाभ}\%}{100}\right) \times \text{क्र०मू०}$
 $= ₹ \left(\frac{100 + 10}{100}\right) \times 1500$
 $= ₹ \frac{110}{100} \times 1500 = ₹ 1650$

अतः रीना को वस्तु ₹ 1650 पर बेचना चाहिए।

11. 100 किग्रा सेब का क्र०मू० = ₹ (20×100) = ₹ 2000
 15% लाभ कमाने के लिए वि०मू० = ₹ $\frac{115}{100} \times 2000 = ₹ 2300$
 40 किग्रा सेब का क्र०मू० = ₹ (20×40) = ₹ 800
 40 किग्रा सेब का वि०मू० = ₹ $\frac{93}{100} \times 800 = ₹ 744$

अतः शेष $(100 - 40) = 60$ सेबों को ₹ $(2300 - 744) = ₹ 1556$ में बेचना होगा।

$$\therefore \text{शेष सेबों में 1 सेब का वि०मू०} = ₹ \frac{1556}{60} = ₹ 25.93 \text{ प्रति किग्रा}$$

अतः शेष सेबों को ₹ 25.93 प्रति किग्रा में बेचना होगा।

12. माना राजीव के लिए कैलकुलेटर का क्र०मू० ₹ 100 है।

तब, अजय के लिए क्र०मू० = ₹ 120

हरीश के लिए क्र०मू० = ₹ 120 का 105%

$$= ₹ 120 \times \frac{105}{100} = ₹ 126$$

यदि हरीश के लिए क्र०मू० ₹ 126 है, तो राजीव के लिए क्र०मू० = ₹ 100

यदि हरीश के लिए क्र०मू० ₹ 441 है, तो राजीव के लिए क्र०मू० = ₹ $\frac{100}{126} \times 441$

$$= ₹ 350$$

13. नीरज के लिए रेडियो सैट का क्र०मू० = रवि का 16% लाभ पर वि०मू०

$$= ₹ \left(\frac{100 + 16}{100} \right) \times 600$$

$$= ₹ \frac{116}{100} \times 600 = ₹ 696$$

विशाल के लिए रेडियो सैट का क्र०मू० = नीरज का 5% हानि पर वि०मू०

$$= ₹ \left(\frac{100 - 5}{100} \right) \times 696$$

$$= ₹ \frac{95}{100} \times 696 = ₹ 661.20$$

अतः विशाल ने रेडियो सैट ₹ 661.20 में खरीदा था।

14. वि०मू० = अंकित मूल्य - छूट

\therefore छूट = अंकित मूल्य - विक्रय मूल्य

$$= ₹ 1350 - ₹ 1080$$

$$= ₹ 270$$

$$\text{छूट\%} = \frac{\text{छूट}}{\text{अंकित मूल्य}} \times 100$$

$$= \frac{270}{1350} \times 100\%$$

$$= 20\%$$

15. माना वाशिंग मशीन का अंकित मूल्य ₹ 100 है।

$$\text{प्रथम छूट के बाद मूल्य} = ₹ (100 - 15) = ₹ 85$$

$$\text{दूसरी छूट} = ₹ 85 \text{ का } 10\%$$

$$= ₹ 85 \times \frac{10}{100} = ₹ 8.5$$

$$\text{दूसरी छूट के बाद मूल्य} = ₹ (85 - 8.5) = ₹ 76.5$$

यदि वि०मू० ₹ 76.5 है, तो वाशिंग मशीन का अंकित मूल्य = ₹ 100

$$\text{यदि वि०मू० ₹ 11475 है, तो वाशिंग मशीन का अंकित मूल्य} = ₹ \frac{100}{76.5} \times 11475$$

$$= ₹ 15000$$

अभ्यास 9.3

1. (क) $P = ₹ 30000$, $R = 9\%$ वार्षिक तथा $T = 4$ वर्ष

$$\therefore I = \frac{PRT}{100} = ₹ \frac{30000 \times 9 \times 4}{100} = ₹ 10800$$

अतः भुगतान किए जाने वाला कुल ब्याज ₹ 10800 है।

(ख) मिश्रधन = मूलधन + साधारण ब्याज

$$A = ₹ 30000 + ₹ 10800$$

$$= ₹ 40800$$

अतः भुगतान किए जाने वाला कुल मिश्रधन ₹ 40800 है।

(ग) 4 वर्ष = 48 माह

$$\therefore \text{भुगतान की जाने वाली मासिक राशि} = ₹ \frac{40800}{48} = ₹ 850$$

2. $P = ₹ 4000$, $T = 5$ वर्ष तथा $A = ₹ 5400$

$$\text{ब्याज} = \text{मिश्रधन} - \text{मूलधन}$$

$$= ₹ 5400 - ₹ 4000$$

$$= ₹ 1400$$

$$\therefore I = \frac{PRT}{100} \Rightarrow R = \frac{I \times 100}{PT} = \frac{1400 \times 100}{4000 \times 5}$$

$$= 7\% \text{ वार्षिक}$$

$P = ₹ 5600$, $R = 7\%$ वार्षिक तथा $T = 5$ वर्ष

$$\therefore I = \frac{PRT}{100} = ₹ \frac{5600 \times 7 \times 5}{100} = ₹ 1960$$

$$\begin{aligned}\text{मिश्रधन} &= \text{मूलधन} + \text{ब्याज} \\ &= ₹ 5600 + ₹ 1960 \\ &= ₹ 7560\end{aligned}$$

3. $P_1 = ₹ 12000, R_1 = 3\%$ वार्षिक तथा $T = 6$ वर्ष

$$\therefore I_1 = \frac{P_1 R_1 T}{100} = ₹ \frac{12000 \times 3 \times 6}{100} = ₹ 2160$$

$$\therefore A_1 = P_1 + I_1 = ₹ 12000 + ₹ 2160 = ₹ 14160$$

अब, $P_2 = ₹ 18000, R_2 = 5\%$ वार्षिक तथा $T = 6$ वर्ष

$$\therefore I_2 = \frac{P_2 R_2 T}{100} = ₹ \frac{18000 \times 5 \times 6}{100} = ₹ 5400$$

$$\therefore A_2 = P_2 + I_2 = ₹ 18000 + ₹ 5400 = ₹ 23400$$

$$\begin{aligned}\therefore 6 \text{ वर्ष बाद दोनों खातों से प्राप्त धन} &= A_1 + A_2 \\ &= ₹ 14160 + ₹ 23400 \\ &= ₹ 37560\end{aligned}$$

4. $R = 2\frac{1}{2}\% = 2.5\%, T = 3$ वर्ष, $I = ₹ 840$

$$\begin{aligned}\therefore I &= \frac{PRT}{100} \Rightarrow P = \frac{I \times 100}{RT} = ₹ \frac{840 \times 100}{2.5 \times 3} \\ &= ₹ 11200\end{aligned}$$

अतः मूलधन ₹ 11200 है।

5. (क) $P = ₹ 1200, R = 4\%$ वार्षिक, $n = 2$ वर्ष

$$\begin{aligned}A &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n = ₹ 1200 \left(1 + \frac{4}{100}\right)^2 \\ &= ₹ 1200 \left(\frac{26}{25}\right)^2 = ₹ 1200 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \\ &= ₹ 1297.92\end{aligned}$$

(ख) $P = ₹ 3200, R = 17\frac{1}{2}\% = \frac{35}{2}\%$ वार्षिक, $n = 2$ वर्ष

$$\begin{aligned}A &= P \left(1 + \frac{R}{100}\right)^n = ₹ 3200 \left(1 + \frac{35}{2 \times 100}\right)^2 \\ &= ₹ 3200 \left(\frac{47}{40}\right)^2 = ₹ 3200 \times \frac{47}{40} \times \frac{47}{40} \\ &= ₹ 4418\end{aligned}$$

6. (क) $P = ₹ 8000, R = 5\%$ वार्षिक, $n = 3$ वर्ष
हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 8000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 = ₹ 8000 \left(\frac{21}{20} \right)^3 \\ &= ₹ 8000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \\ &= ₹ 9261 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P = ₹ 9261 - ₹ 8000 \\ &= ₹ 1261 \end{aligned}$$

- (ख) $P = ₹ 3200, R = 25\%$ वार्षिक, $n = 3$ वर्ष
हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 3200 \left(1 + \frac{25}{100} \right)^3 \\ &= ₹ 3200 \left(\frac{5}{4} \right)^3 = ₹ 3200 \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} \times \frac{5}{4} \\ &= ₹ 6250 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P = ₹ 6250 - ₹ 3200 \\ &= ₹ 3050 \end{aligned}$$

7. $P = ₹ 800, R = 5\%$ वार्षिक, $n = 2$ वर्ष
हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 800 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2 \\ &= ₹ 800 \left(\frac{21}{20} \right)^2 = ₹ 800 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \\ &= ₹ 882 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P = ₹ 882 - ₹ 800 \\ &= ₹ 82 \end{aligned}$$

8. $P = ₹ 4000, R = \frac{10}{2}\% = 5\%$ छमाही, $n = \frac{3}{2} \times 2$ छमाही = 3 छमाही

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 4000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 \\ &= ₹ 4000 \left(\frac{21}{20} \right)^3 = ₹ 4000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \\ &= ₹ 4630.50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P = ₹ 4630.50 - ₹ 4000 \\ &= ₹ 630.50 \end{aligned}$$

9. $P = ₹ 2500, R = \frac{8}{4}$ तिमाही = 2, $n = 6$ माह = $\frac{1}{2}$ वर्ष = $\frac{1}{2} \times 4$ तिमाही = 2 तिमाही

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 2500 \left(1 + \frac{2}{100} \right)^2 \\ &= ₹ 2500 \left(\frac{51}{50} \right)^2 = ₹ 2500 \times \frac{51}{50} \times \frac{51}{50} \\ &= ₹ 2601 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P = ₹ 2601 - ₹ 2500 \\ &= ₹ 101 \end{aligned}$$

10. $P = ₹ 2500, R = \frac{8}{2}\% = 4\%$ छमाही और $n = \frac{3}{2} \times 2$ छमाही = 3 छमाही

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\therefore A = ₹ 2500 \left(1 + \frac{4}{100} \right)^3$$

$$= ₹ 2500 \left(\frac{26}{25} \right)^3 = ₹ 2500 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25}$$

$$= ₹ 2812.16$$

$$\text{C.I.} = A - P = ₹ 2812.16 - ₹ 2500$$

$$= ₹ 312.16$$

अभ्यास 9.4

1. $A = ₹ 7290$, $R = 8\%$ वार्षिक, $n = 2$ वर्ष

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\therefore ₹ 7290 = P \left(1 + \frac{8}{100} \right)^2$$

$$\Rightarrow ₹ 7290 = P \left(\frac{27}{25} \right)^2$$

$$\Rightarrow P = ₹ 7290 \times \frac{25}{27} \times \frac{25}{27}$$

$$= ₹ 6250$$

अतः ₹ 6250 का विनियोग किया गया।

2. (क) $P = ₹ 2500$, $R = 5\%$ वार्षिक, $n = 4$ वर्ष

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\therefore A = ₹ 2500 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^4$$

$$= ₹ 2500 \left(\frac{21}{20} \right)^4$$

$$= ₹ 2500 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20}$$

$$= ₹ 3038.77$$

- (ख) $P = ₹ 9450$, $R = 4\%$ वार्षिक, $n = 2$ वर्ष

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 9450 \left(1 + \frac{4}{100} \right)^2 \\ &= ₹ 9450 \left(\frac{26}{25} \right)^2 = ₹ 9450 \times \frac{26}{25} \times \frac{26}{25} \\ &= ₹ 10221.12 \end{aligned}$$

(ग) $P = ₹ 9360, R = 6\%$ वार्षिक, $n = 3$ वर्ष
हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 9360 \left(1 + \frac{6}{100} \right)^3 \\ &= ₹ 9360 \left(\frac{53}{50} \right)^3 \\ &= ₹ 9360 \times \frac{53}{50} \times \frac{53}{50} \times \frac{53}{50} \\ &= ₹ 11147.91 \end{aligned}$$

3. (क) $P = ₹ 4000, R = 5\%$ वार्षिक, $n = 3$ वर्ष
हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 4000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 \\ &= ₹ 4000 \left(\frac{21}{20} \right)^3 \\ &= ₹ 4000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \\ &= ₹ 4630.50 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P = ₹ 4630.50 - ₹ 4000 \\ &= ₹ 630.50 \end{aligned}$$

(ख) $P = ₹ 10000$, $R = 10\%$ वार्षिक, $n = 3$ वर्ष

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\begin{aligned} \therefore A &= ₹ 10000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^3 \\ &= ₹ 10000 \left(\frac{11}{10} \right)^3 = ₹ 10000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10} \end{aligned}$$

$$= ₹ 13310$$

$$\text{C.I.} = A - P = ₹ 13310 - ₹ 10000$$

$$= ₹ 3310$$

4. $A = ₹ 4177.20$, $R = 18\%$ वार्षिक, $n = 2$ वर्ष

हम जानते हैं कि, $A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$

$$\therefore ₹ 4177.20 = P \left(1 + \frac{18}{100} \right)^2$$

$$\Rightarrow ₹ 4177.20 = P \left(\frac{59}{50} \right)^2$$

$$P = ₹ 4177.20 \times \frac{50}{59} \times \frac{50}{59}$$

$$= ₹ 3000$$

5. $P = ₹ 10000$, $R = 5\%$ वार्षिक, $n = 2\frac{1}{2}$ वर्ष

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\therefore A = ₹ 10000 \left(1 + \frac{5}{100} \right)^2 \left[1 + \frac{5 \times \frac{1}{2}}{100} \right]$$

$$= ₹ 10000 \left(\frac{21}{20} \right)^2 \left(\frac{41}{40} \right)$$

$$= ₹ 10000 \times \frac{21}{20} \times \frac{21}{20} \times \frac{41}{40}$$

$$= ₹ 11300.63$$

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P = ₹ 11300.63 - ₹ 10000 \\ &= ₹ 1300.63 \end{aligned}$$

6. $P = ₹ 15000, R = \frac{6}{2}\% = 3\%$ छमाही, $n = \frac{3}{2} \times 2$ छमाही = 3 छमाही

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\therefore A = ₹ 15000 \left(1 + \frac{3}{100} \right)^3$$

$$= ₹ 15000 \left(\frac{103}{100} \right)^3$$

$$= ₹ 15000 \times \frac{103}{100} \times \frac{103}{100} \times \frac{103}{100}$$

$$= ₹ 16390.91$$

$$\begin{aligned} \text{C.I.} &= A - P = ₹ 16390.91 - ₹ 15000 \\ &= ₹ 1390.91 \end{aligned}$$

7. $P = ₹ 6750, R = 6\frac{2}{3}\% = \frac{20}{3}\%$ वार्षिक, $A = ₹ 8192$

हम जानते हैं कि,

$$A = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^n$$

$$\therefore ₹ 8192 = ₹ 6750 \left(1 + \frac{20}{3 \times 100} \right)^n$$

$$\Rightarrow \frac{8192}{6750} = \left(\frac{16}{15} \right)^n$$

$$\Rightarrow \left(\frac{16}{15} \right)^n = \frac{4096}{3375} = \left(\frac{16}{15} \right)^3$$

$$\therefore n = 3 \text{ वर्ष}$$

8. $R = 5\%$ वार्षिक, समय = 3 वर्ष

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^n - 1 \right]$$

$$\begin{aligned}
&= ₹ P \left[\left(1 + \frac{5}{100} \right)^3 - 1 \right] = ₹ P \left[\left(\frac{21}{20} \right)^3 - 1 \right] \\
&= ₹ P \left(\frac{9261}{8000} - 1 \right) \\
&= ₹ P \left(\frac{9261 - 8000}{8000} \right) = ₹ \frac{1261}{8000} P \\
\text{साधारण ब्याज} &= \frac{PRT}{100} = ₹ \frac{P \times 5 \times 3}{100} = ₹ \frac{3}{20} P
\end{aligned}$$

अब, चक्रवृद्धि ब्याज - साधारण ब्याज = ₹ 183

$$\therefore ₹ \frac{P \times 1261}{8000} - ₹ \frac{3}{20} P = ₹ 183$$

$$\Rightarrow P \left(\frac{1261}{8000} - \frac{3}{20} \right) = ₹ 183$$

$$\Rightarrow P \left(\frac{1261 - 1200}{8000} \right) = ₹ 183$$

$$\Rightarrow P \times \frac{61}{8000} = ₹ 183$$

$$\therefore P = ₹ \frac{183 \times 8000}{61} = ₹ 24000$$

अतः राशि ₹ 24000 है।

9. $P = ₹ 6400$, $R = 6\frac{1}{4}\% = \frac{25}{4}\%$ वार्षिक, समय = 2 वर्ष

$$\text{2वर्ष का चक्रवृद्धि ब्याज} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^n - 1 \right]$$

$$\therefore = ₹ 6400 \left[\left(1 + \frac{25}{4 \times 100} \right)^2 - 1 \right]$$

$$= ₹ 6400 \left(\frac{17}{16} \times \frac{17}{16} - 1 \right)$$

$$= ₹ 6400 \left(\frac{289 - 256}{256} \right)$$

$$= ₹ \frac{6400 \times 33}{256}$$

$$= ₹ 825$$

$$\text{2 वर्ष का साधारण ब्याज} = \frac{PRT}{100} = ₹ \frac{6400 \times 25 \times 2}{100 \times 4} = ₹ 800$$

\therefore 2 वर्ष के चक्रवृद्धि ब्याज तथा साधारण ब्याज में अन्तर = ₹ 825 - ₹ 800
= ₹ 25

10. $P = ₹ 2000$, $R = 4\%$ वार्षिक
हम जानते हैं कि,

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^n - 1 \right]$$

$$\therefore ₹ 163.20 = ₹ 2000 \left[\left(1 + \frac{4}{100} \right)^n - 1 \right]$$

$$\Rightarrow \frac{163.20}{2000} = \left(\frac{26}{25} \right)^n - 1$$

$$\Rightarrow \left(\frac{26}{25} \right)^n = \frac{163.20}{2000} + 1 = \frac{163.20 + 2000}{2000}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{26}{25} \right)^n = \frac{2163.2}{2000} = \frac{21632}{20000} = \frac{676}{625}$$

$$\Rightarrow \left(\frac{26}{25} \right)^n = \left(\frac{26}{25} \right)^2$$

$$\therefore n = 2 \text{ वर्ष}$$

11.

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{PRT}{100}$$

$$\therefore ₹ 2400 = \frac{P \times 10 \times 3}{100}$$

$$\Rightarrow P = ₹ \frac{2400 \times 100}{10 \times 3} = ₹ 8000$$

अब, $P = ₹ 8000$, $R = 10\%$ वार्षिक और $n = 3$ वर्ष
हम जानते हैं कि,

$$\text{चक्रवृद्धि ब्याज} = P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^n - 1 \right]$$

$$\therefore \text{चक्रवृद्धि ब्याज} = ₹ 8000 \left[\left(1 + \frac{10}{100} \right)^3 - 1 \right]$$

$$= ₹ 8000 \left[\left(\frac{11}{10} \right)^3 - 1 \right]$$

$$= ₹ 8000 \left(\frac{1331 - 1000}{1000} \right)$$

$$= ₹ 8000 \times \frac{331}{1000}$$

$$= ₹ 2648$$

12. माना मूलधन ₹ 100 है।

यहाँ, $R = 20\%$ तथा समय = 2 वर्ष

$$\begin{aligned} \text{चक्रवृद्धि ब्याज} &= P \left[\left(1 + \frac{R}{100} \right)^n - 1 \right] \\ &= ₹ 100 \left[\left(1 + \frac{20}{100} \right)^2 - 1 \right] \\ &= ₹ 100 \left(\frac{36}{25} - 1 \right) = ₹ 100 \times \left(\frac{36-25}{25} \right) \\ &= ₹ 100 \times \frac{11}{25} = ₹ 44 \end{aligned}$$

$$\text{साधारण ब्याज} = \frac{PRT}{100} = ₹ \frac{100 \times 20 \times 2}{100} = ₹ 40$$

अब, चक्रवृद्धि ब्याज - साधारण ब्याज = ₹ 44 - ₹ 40 = ₹ 4

यदि अन्तर ₹ 4 है, तो मूलधन = ₹ 100

यदि अन्तर ₹ 48 है, तो मूलधन = ₹ $\frac{100}{4} \times 48 = ₹ 1200$

अभ्यास 9.5

1. (क) क्योंकि a और b अनुलोम समानुपात में हैं, अतः

$$\frac{5}{10} = \frac{a_1}{30} = \frac{12}{24} = \frac{16}{b_1} = \frac{a_2}{120}$$

$$\text{अब, } \frac{5}{10} = \frac{a_1}{30} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a_1}{30} \Rightarrow a_1 = \frac{30}{2} = 15$$

$$\frac{12}{24} = \frac{16}{b_1} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{16}{b_1} \Rightarrow b_1 = 16 \times 2 = 32$$

$$\frac{5}{10} = \frac{a_2}{120} \Rightarrow \frac{1}{2} = \frac{a_2}{120} \Rightarrow a_2 = \left(\frac{1}{2} \times 120 \right) = 60$$

$\therefore a_1 = 15, b_1 = 32$ तथा $a_2 = 60$

(ख) क्योंकि a और b अनुलोम समानुपात में हैं, अतः

$$\frac{2}{5} = \frac{6}{b_1} = \frac{a_1}{17.5} = \frac{8}{20}$$

$$\text{अब, } \frac{2}{5} = \frac{6}{b_1} \Rightarrow b_1 = \left(\frac{6 \times 5}{2} \right) = \frac{30}{2} = 15$$

$$\frac{2}{5} = \frac{a_1}{17.5} \Rightarrow a_1 = \left(\frac{2}{5} \times 17.5 \right) = \frac{35}{5} = 7$$

2. क्योंकि x तथा $5y$ अनुलोम समानुपात में हैं, अतः

$$\frac{x}{5y} = k \quad (\text{कोई अचर})$$

यदि $y = 2$ तो $x = 10$ है, तब

$$\frac{x}{5y} = \frac{10}{5 \times 2} = k \Rightarrow k = 1$$

यदि $y = 7$ हो, तो

$$\frac{x}{5 \times 7} = 1$$

या $x = 5 \times 7 = 35$

3. क्योंकि x और y अनुलोम समानुपात में है, अतः

$$\frac{x}{y} = k$$

$$\Rightarrow \frac{x}{400} = 40$$

$$\Rightarrow x = 40 \times 400 = 16000$$

4. माना 5.8 मी कपड़े की कीमत ₹ x है।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

कपड़े की लम्बाई (मी में)	8	5.8
इनकी कीमत (₹ में)	250	x

स्पष्ट है कि कपड़े की लम्बाई यदि कम है, तो इसकी कीमत भी कम होगी।

अतः यहाँ अनुलोम समानुपात है।

$$\therefore \frac{8}{250} = \frac{5.8}{x} \Rightarrow = ₹ \frac{5.8 \times 250}{8} = ₹ 181.25$$

अतः 5.8 मी कपड़े की कीमत ₹ 181.25 है।

5. माना 2, 3, 4, 5, 6 तथा 7 पेंसिलों की कीमत ₹ x_1 , ₹ x_2 , ₹ x_3 , ₹ x_4 , ₹ x_5 तथा ₹ x_6 हैं।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

पेंसिलों की संख्या	8	2	3	4	5	6	7
इनकी कीमत (₹ में)	24	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6

स्पष्ट है कि पेंसिलों की संख्या कम होने पर, कीमत भी कम होगी।

अतः यहाँ अनुलोम समानुपात है।

$$\therefore \frac{8}{24} = \frac{2}{x_1} = \frac{3}{x_2} = \frac{4}{x_3} = \frac{5}{x_4} = \frac{6}{x_5} = \frac{7}{x_6}$$

$$\begin{aligned} \text{अब, } \frac{8}{24} = \frac{2}{x_1} &\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{2}{x_1} \Rightarrow x_1 = 3 \times 2 = 6 \\ \frac{8}{24} = \frac{3}{x_2} &\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{3}{x_2} \Rightarrow x_2 = 3 \times 3 = 9 \\ \frac{8}{24} = \frac{4}{x_3} &\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{4}{x_3} \Rightarrow x_3 = 3 \times 4 = 12 \\ \frac{8}{24} = \frac{5}{x_4} &\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{5}{x_4} \Rightarrow x_4 = 3 \times 5 = 15 \\ \frac{8}{24} = \frac{6}{x_5} &\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{6}{x_5} \Rightarrow x_5 = 3 \times 6 = 18 \\ \frac{8}{24} = \frac{7}{x_6} &\Rightarrow \frac{1}{3} = \frac{7}{x_6} \Rightarrow x_6 = 3 \times 7 = 21 \end{aligned}$$

अतः वाँछित कीमत क्रमशः ₹ 6, ₹ 9, ₹ 12, ₹ 15, ₹ 18 तथा ₹ 21 हैं।

6. माना 30 पुस्तकों का वजन x किग्रा है।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

पुस्तकों की संख्या	12	30
इनका वजन (किग्रा में)	8.4	x

स्पष्ट है कि पुस्तकों की संख्या अधिक होने पर, इनका वजन भी अधिक होगा।

अतः यहाँ अनुलोम समानुपात है।

$$\therefore \frac{12}{8.4} = \frac{30}{x} \Rightarrow x = \frac{8.4 \times 30}{12} \text{ किग्रा} = 21 \text{ किग्रा}$$

अतः 30 पुस्तकों का वजन 21 किग्रा होगा।

7. माना 24 दिनों के लिए कर्मचारी को ₹ x का भुगतान करना होगा।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

दिनों की संख्या	5	24
भुगतान (₹ में)	1200	x

स्पष्ट है कि दिनों की संख्या अधिक होने पर, भुगतान भी अधिक करना होगा।

अतः यहाँ अनुलोम समानुपात है।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{5}{1200} &= \frac{24}{x} \\ \Rightarrow x &= ₹ \frac{24 \times 1200}{5} = ₹ 5760 \end{aligned}$$

अतः 24 दिनों के लिए ₹ 5760 का भुगतान करना होगा।

8. माना मजदूर ने x दिन कार्य किया।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं-

दिनों की संख्या	13	x
भुगतान (₹ में)	1209	1953

स्पष्ट है कि भुगतान यदि अधिक है, तो दिनों की संख्या भी अधिक होगी।
अतः यहाँ अनुलोम समानुपात है।

$$\therefore \frac{13}{1209} = \frac{x}{1953} \Rightarrow x = \frac{13 \times 1953}{1209} = 21$$

अतः मजदूर ने 21 दिन कार्य किया।

9. माना वाँछित आदमियों की संख्या x है।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं-

खाई की लम्बाई (मी में)	8	15
आदमियों की संख्या	40	x

स्पष्ट है कि खाई की लम्बाई अधिक है, तो आदमियों की संख्या भी अधिक होगी।
अतः यहाँ अनुलोम समानुपात है।

$$\therefore \frac{8}{40} = \frac{15}{x} \Rightarrow x = \frac{15 \times 40}{8} = \frac{600}{8} = 75 \text{ आदमी}$$

10. माना ₹ x जमा करने होंगे।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं-

जमा धन (₹ में)	1540	x
इसका ब्याज (₹ में)	110	50

स्पष्ट है कि ब्याज कम होने के लिए, जमा धन भी कम होगा।

अतः यहाँ अनुलोम समानुपात है।

$$\therefore \frac{1540}{110} = \frac{x}{50} \Rightarrow x = ₹ \frac{1540 \times 50}{110} = ₹ 700$$

अतः ₹ 50 ब्याज प्राप्त करने के लिए अनुज को ₹ 700 जमा करने होंगे।

अभ्यास 9.6

1. (क) क्योंकि x और y प्रतिलोम समानुपात में हैं, इसलिए $xy = \text{अचर होगा।}$

$$\therefore 50 \times 2 = 25 \times b_1 = a_1 \times 10 = 20 \times b_2 = a_2 \times 100$$

$$\text{अब, } 50 \times 2 = 25 \times b_1 \Rightarrow b_1 = \frac{100}{25} \Rightarrow b_1 = 4$$

$$50 \times 2 = a_1 \times 10 \Rightarrow a_1 = \frac{100}{10} \Rightarrow a_1 = 10$$

$$20 \times b_2 = 50 \times 2 \Rightarrow b_2 = \frac{50 \times 2}{20} \Rightarrow b_2 = 5$$

$$a_2 \times 100 = 50 \times 2 \Rightarrow a_2 = \frac{50 \times 2}{100} \Rightarrow a_2 = 1$$

$$\therefore a_1 = 10, a_2 = 1, b_1 = 4 \text{ तथा } b_2 = 5$$

(ख) क्योंकि x और y प्रतिलोम समानुपात में हैं, इसलिए $xy = \text{अचर होगा।}$

$$\therefore 60 \times 300 = 72 \times b_1 = a_1 \times 150 = 180 \times b_2 = a_2 \times 90$$

$$\text{अब, } 60 \times 300 = 72 \times b_1 \Rightarrow b_1 = \frac{60 \times 300}{72} \Rightarrow b_1 = 250$$

$$60 \times 300 = a_1 \times 150 \Rightarrow a_1 = \frac{60 \times 300}{150} \Rightarrow a_1 = 120$$

$$60 \times 300 = 180 \times b_2 \Rightarrow b_2 = \frac{60 \times 300}{180} \Rightarrow b_2 = 100$$

$$60 \times 300 = a_2 \times 90 \Rightarrow a_2 = \frac{60 \times 300}{90} \Rightarrow a_2 = 200$$

$$\therefore a_1 = 120, a_2 = 200, b_1 = 250 \text{ तथा } b_2 = 100$$

2. माना चारदीवारी के निर्माण में x दिन लगेंगे।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

आदमियों की संख्या	5	7
दिनों की संख्या	14	x

स्पष्ट है कि आदमियों की संख्या बढ़ने पर, कार्य पूरा होने के लिए दिनों की संख्या कम होगी।

अतः यहाँ प्रतिलोम समानुपात है।

$$\therefore 5 \times 14 = 7 \times x$$

$$\Rightarrow x = \frac{5 \times 14}{7} = 10$$

अतः चारदीवारी के निर्माण में 10 दिन लगेंगे।

3. माना कुल x आदमी कार्य को 7 महीने में पूरा कर लेंगे।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

आदमियों की संख्या	560	x
दिनों की संख्या	9	7

स्पष्ट है कि दिनों की संख्या घटने पर, कार्य पूरा करने के लिए अधिक आदमियों की संख्या आवश्यक होगी।

अतः यहाँ प्रतिलोम समानुपात है।

$$\begin{aligned} \therefore & 560 \times 9 = x \times 7 \\ \Rightarrow & x = \frac{560 \times 9}{7} = 720 \end{aligned}$$

अतः कार्य को पूरा करने वाले व्यक्तियों की संख्या = 720

560 आदमी पहले ही कार्य कर रहे हैं।

अतः वांछित अतिरिक्त आदमियों की संख्या = $720 - 560 = 160$

4. माना खेत की कटाई को 24 दिनों में पूरा करने के लिए x संख्या के आदमियों की आवश्यकता होगी।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

आदमियों की संख्या	16	x
दिनों की संख्या	30	24

स्पष्ट है कि दिनों की संख्या घटने पर, कार्य पूरा करने के लिए अधिक आदमियों की आवश्यकता होगी।

अतः यहाँ प्रतिलोम समानुपात है।

$$\begin{aligned} \therefore & 16 \times 30 = x \times 24 \\ \Rightarrow & x = \frac{16 \times 30}{24} = 20 \text{ आदमी} \end{aligned}$$

अतः वांछित आदमियों की संख्या 20 है।

5. स्पष्ट है कि 210 आदमियों के लिए (60-12) दिनों अर्थात् 48 दिनों का कार्य शेष है।

12 दिन बाद, 70 अतिरिक्त आदमियों को कार्य में लगाने पर कुल आदमी = $(210 + 70)$ आदमी = 280 आदमी

माना कार्य x दिनों में पूरा होगा।

हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

आदमियों की संख्या	210	280
दिनों की संख्या	48	x

आदमियों की संख्या बढ़ने पर, कार्य को पूरा करने के लिए कम दिन लगेंगे।

अतः यहाँ प्रतिलोम समानुपात है।

$$\begin{aligned} \therefore & 210 \times 48 = 280 \times x \\ \Rightarrow & x = \frac{210 \times 48}{280} \text{ दिन} = 36 \text{ दिन} \end{aligned}$$

अतः शेष कार्य 36 दिन में पूरा हो जायेगा।

6. माना नए लोगों के आगमन से कुल लोगों की संख्या x हो जाती है।
हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

लोगों की संख्या	200	x
दिनों की संख्या	15	12

स्पष्ट है कि अधिक लोगों के लिए भोजन कम दिनों के लिए पर्याप्त है।
अतः यहाँ प्रतिलोम समानुपात है।

$$\therefore 200 \times 15 = x \times 12$$

$$\Rightarrow x = \frac{200 \times 15}{12} \text{ लोग} = 250 \text{ लोग}$$

अतः वाँछित नए लोगों की संख्या = $(250 - 200)$ लोग = 50 लोग

7. 50 आदमी और आ जाने पर, कुल आदमियों की संख्या = $300 + 50 = 350$
माना खाद्यान्न x दिनों तक चलेगा।
हम आँकड़ों को तालिका में अग्र प्रकार रखते हैं—

आदमियों की संख्या	300	350
दिनों की संख्या	42	x

स्पष्ट है कि आदमियों की संख्या बढ़ने पर, कार्यों को पूरा करने के लिए दिनों की संख्या कम हो जाएगी।

अतः यहाँ प्रतिलोम समानुपात है।

$$\therefore 300 \times 42 = 350 \times x$$

$$\Rightarrow x = \frac{300 \times 42}{350} \text{ दिन} = 36 \text{ दिन}$$

अतः वाँछित दिनों की संख्या 36 दिन हैं।

8. 42 सैनिकों के शिविर छोड़ देने पर, सैनिकों की संख्या = $105 - 42 = 63$
माना 63 सैनिकों के लिए खाद्यान्न x दिनों के लिए पर्याप्त होगा।
हम आँकड़ों को तालिका में निम्न प्रकार रखते हैं—

सैनिकों की संख्या	105	63
दिनों की संख्या	21	x

स्पष्ट है कि कम सैनिकों के लिए भोजन अधिक दिनों तक पर्याप्त होगा।

अतः यहाँ प्रतिलोम समानुपात है।

$$\therefore 105 \times 21 = 63 \times x$$

$$\Rightarrow x = \frac{105 \times 21}{63} \text{ दिन} = 35 \text{ दिन}$$

अतः खाद्यान्न 35 दिनों के लिए पर्याप्त होगा।

अभ्यास 9.7

1. शिखा का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{20}$

∴ शिखा कार्य को 20 दिनों में पूरा करेगी।

2. गौरव एक कार्य को 6 दिन में कर सकता है।

∴ गौरव का एक दिन का कार्य = $\frac{1}{6}$

सोहन उसी कार्य को 12 दिन में कर सकता है।

∴ सोहन का एक दिन का कार्य = $\frac{1}{12}$

गौरव और सोहन का एक दिन का कार्य = $\frac{1}{6} + \frac{1}{12} = \frac{2+1}{12} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$

अतः दोनों कार्य को 4 दिन में पूरा करेंगे।

3. A किसी कार्य को 3 दिन में पूरा करता है।

∴ A का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{3}$

B उसी कार्य को 6 दिन में पूरा करता है।

∴ B का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{6}$

C उसी कार्य को 8 दिन में पूरा करता है।

∴ C का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{8}$

(A+B+C) का 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} + \frac{1}{8} = \frac{8+4+3}{24} = \frac{15}{24} = \frac{5}{8}$

∴ (A+B+C) द्वारा कार्य को पूरा करने में लगा समय = $\frac{5}{8}$ दिन = $1\frac{3}{5}$ दिन

अतः तीनों एक साथ मिलकर उस कार्य को $1\frac{3}{5}$ दिन में पूरा करेंगे।

4. प्रभात द्वारा कार्य का $\frac{1}{5}$ वाँ भाग पूरा करने में लगा समय = 3 दिन

∴ प्रभात द्वारा पूरा कार्य करने में लगा समय = (5×3) दिन = 15 दिन

राकेश द्वारा कार्य का $\frac{1}{6}$ वाँ भाग पूरा करने में लगा समय = 4 दिन

∴ राकेश द्वारा पूरा कार्य करने में लगा समय = (6×4) दिन = 24 दिन

प्रभात तथा राकेश का साथ मिलकर 1 दिन का कार्य = $\frac{1}{15} + \frac{1}{24} = \frac{8+5}{120} = \frac{13}{120}$

अतः दोनों को साथ मिलकर कार्य पूरा करने में लगा समय = $\frac{120}{13}$ दिन
 $= 9\frac{3}{13}$ दिन

5. सुधा अकेले एक कार्य को 12 दिन में कर सकती है।

$$\therefore \text{सुधा का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{12}$$

उषा अकेले उसी कार्य को 15 दिन में कर सकती है।

$$\therefore \text{उषा का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$\text{दोनों का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{12} + \frac{1}{15} = \frac{5+4}{60} = \frac{9}{60} = \frac{3}{20}$$

$$\text{दोनों का 4 दिन का कार्य} = \left(\frac{3}{20} \times 4\right) \text{ भाग} = \frac{3}{5} \text{ भाग}$$

अतः दोनों 4 दिन में कार्य का $\frac{3}{5}$ भाग पूरा करेंगी।

6. 6 आदमी एक इमारत की पुताई 5 दिन में करते हैं।

$$\therefore 6 \text{ आदमियों का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{5}$$

$$\therefore 1 \text{ आदमी का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{5 \times 6} = \frac{1}{30}$$

$$\therefore 10 \text{ आदमियों का 1 दिन का कार्य} = \frac{10 \times 1}{30} = \frac{1}{3}$$

अतः 10 आदमी पुताई 3 दिन में पूरी करेंगे।

7. 12 मजदूर 15 दिन में कमाते हैं = ₹ 3600

$$\therefore 1 \text{ मजदूर 1 दिन में कमाता है} = ₹ \frac{3600}{12 \times 15} = ₹ 20$$

$$\therefore 9 \text{ मजदूर 8 दिन में कमाते हैं} = ₹ (20 \times 8 \times 9) \\ = ₹ 1440$$

8. अतुल खेत के $\frac{1}{5}$ भाग को 5 दिन में जोत सकता है।

$$\therefore \text{अतुल को पूरा खेत जोतने में लगा समय} = (5 \times 5) \text{ दिन} = 25 \text{ दिन}$$

दिनेश उसी खेत के $\frac{1}{4}$ भाग को 6 दिन में जोत सकता है।

$$\therefore \text{दिनेश को पूरा खेत जोतने में लगा समय} = (4 \times 6) \text{ दिन} = 24 \text{ दिन}$$

$$\begin{aligned} \text{दोनों द्वारा एक साथ कार्य करने पर 1 दिन का कार्य} &= \frac{1}{25} + \frac{1}{24} \\ &= \frac{24+25}{25 \times 24} \\ &= \frac{49}{25 \times 24} = \frac{49}{600} \end{aligned}$$

$$\text{अतः दोनों द्वारा एक साथ पूरा खेत जोतने में लगा समय} = \frac{600}{49} \text{ दिन} = 12 \frac{12}{49} \text{ दिन}$$

क्योंकि दिनेश को कार्य पूरा करने में, अतुल से कम दिन लगते हैं, इसलिए दिनेश की कार्य क्षमता अधिक है।

9. A, B और C द्वारा कार्य करने में लगा समय = 6 दिन

$$\therefore A, B \text{ और } C \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{6}$$

$(A+B)$ द्वारा उसी कार्य को करने में लगा समय = 10 दिन

$$\therefore (A+B) \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{10}$$

$$C \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{6} - \frac{1}{10} = \frac{10-6}{60} = \frac{4}{60} = \frac{1}{15}$$

अतः C अकेला उस कार्य को 15 दिन में पूरा करेगा।

10. A द्वारा कार्य पूरा करने में लगा समय = 12 दिन

B द्वारा कार्य पूरा करने में लगा समय = 15 दिन

$$A \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{12}$$

$$B \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{15}$$

$$(A+B) \text{ का 1 दिन का कार्य} = \left(\frac{1}{12} + \frac{1}{15}\right) = \frac{5+4}{60} = \frac{9}{60}$$

$$(A+B) \text{ का 4 दिन का कार्य} = \frac{9}{60} \times 4 = \frac{9}{15} = \frac{3}{5}$$

$$\text{शेष कार्य} = \left(1 - \frac{3}{5}\right) = \frac{2}{5}$$

अब, कार्य के $\frac{2}{5}$ भाग को A द्वारा पूरा किया जाता है।

$$\begin{aligned} \therefore \frac{2}{5} \text{ भाग को } A \text{ द्वारा पूरा करने में लगा समय} &= \left(\frac{2}{5} \times 12\right) \text{ दिन} \\ &= \frac{24}{5} \text{ दिन} = 4 \frac{4}{5} \text{ दिन} \end{aligned}$$

अतः A अकेला शेष कार्य $4 \frac{4}{5}$ दिन में पूरा करेगा।

11. A द्वारा कार्य के $\frac{1}{5}$ भाग को करने में लगा समय = 2 दिन

$\therefore A$ द्वारा पूरा कार्य करने में लगा समय = (5×2) दिन = 10 दिन

B द्वारा $\frac{2}{3}$ भाग को करने में लगा समय = 8 दिन

$$\therefore B \text{ द्वारा पूरा कार्य करने में लगा समय} = \left(\frac{3}{2} \times 8\right) \text{ दिन} = 12 \text{ दिन}$$

$$A \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{10}$$

$$B \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{12}$$

$$(A+B) \text{ का 1 दिन का कार्य} = \frac{1}{10} + \frac{1}{12} = \frac{6+5}{60} = \frac{11}{60}$$

$$(A+B) \text{ द्वारा उसी कार्य को पूरा करने में लगा समय} = \frac{60}{11} \text{ दिन} = 5\frac{5}{11} \text{ दिन}$$

12. 40 लोग कार्य को प्रतिदिन 8 घंटे करते हैं।

अतः 1 लोग कार्य को $8 \times 40 = 320$ घंटे में करता है।

माना x लोग कार्य को प्रतिदिन 10 घंटे करते हैं।

अतः 1 लोग कार्य को $x \times 10 = 10x$ घंटे में करता है।

आदमी	घंटे	दिन
1	320	21
1	$10x$	14

हम जानते हैं कम दिन, अधिक घंटे

$$\therefore 10x \times 14 = 320 \times 21$$

$$\Rightarrow x = \frac{320 \times 21}{10 \times 14} \text{ लोग} = 48 \text{ लोग}$$

अतः वॉल्रित लोगों की संख्या 48 होगी।

अभ्यास 9.8

1. (क) $\therefore 1 \text{ किमी/घं} = \frac{5}{18} \text{ मी/से}$

$$\therefore 27 \text{ किमी/घं} = \frac{27 \times 5}{18} \text{ मी/से} = \frac{15}{2} \text{ मी/से} = 7.5 \text{ मी/से}$$

(ख) $\therefore 1 \text{ किमी/घं} = \frac{5}{18} \text{ मी/से}$

$$\therefore 162 \text{ किमी/घं} = \frac{162 \times 5}{18} \text{ मी/से} = 45 \text{ मी/से}$$

(ग) $\therefore 1 \text{ मी/से} = \frac{18}{5} \text{ किमी/घं}$

$$\therefore 30 \text{ मी/से} = \frac{30 \times 18}{5} \text{ किमी/घं} = 108 \text{ किमी/घं}$$

(घ) $\therefore 1 \text{ मी/से} = \frac{18}{5} \text{ किमी/घं}$

$$\therefore 75 \text{ मी/से} = \frac{75 \times 18}{5} \text{ किमी/घं} = 270 \text{ किमी/घं}$$

2. गति = $\frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = 18 \text{ किमी} \div 5 \text{ घं} = \frac{18}{5} \text{ किमी/घं}$

$$\therefore 1 \text{ किमी/घं} = \frac{5}{18} \text{ मी/से}$$

$$\therefore \frac{18}{5} \text{ किमी/घं} = \frac{5}{18} \times \frac{18}{5} \text{ मी/से}$$

$$= 1 \text{ मी/से}$$

$$3. \text{ गति} = 25 \text{ मी/से} = 25 \times \frac{18}{5} \text{ किमी/घं} = 90 \text{ किमी/घं}$$

$$\text{समय} = 12 \text{ घंटे } 30 \text{ मिनट} = 12\frac{1}{2} \text{ घंटे} = \frac{25}{2} \text{ घंटे}$$

$$\therefore \text{दूरी} = \text{गति} \times \text{समय}$$

$$= 90 \times \frac{25}{2} \text{ किमी}$$

$$= 1125 \text{ किमी}$$

अतः शहर A और B के बीच की दूरी 1125 किमी है।

$$4. \text{ बस की गति} = 36 \text{ किमी/घं} = 36 \times \frac{5}{18} \text{ मी/से} = 10 \text{ मी/से}$$

समय = 18 सेकण्ड

$$\therefore 18 \text{ सेकण्ड में बस द्वारा तय दूरी} = \text{गति} \times \text{समय}$$

$$= 10 \times 18 \text{ मी}$$

$$= 180 \text{ मी}$$

$$5. \text{ शहर A और B के बीच की दूरी} = 425 \text{ किमी}$$

$$\text{कार को शहर B में पहुँचने में लगा समय} = 10:30 \text{ pm} - 2 \text{ pm}$$

$$= 8 \text{ घंटे } 30 \text{ मिनट}$$

$$= 8\frac{1}{2} \text{ घंटे} = \frac{17}{2} \text{ घंटे}$$

$$\text{कार की गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{425}{17/2} \text{ किमी/घंटा} = \frac{425 \times 2}{17} \text{ किमी/घंटा}$$

$$= 50 \text{ किमी/घंटा}$$

$$6. \text{ अंबाला से दिल्ली की दूरी} = 270 \text{ किमी}$$

बस की गति = 45 किमी/घंटा

$$\therefore \text{समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{270}{45} \text{ घंटे} = 6 \text{ घंटे}$$

$$\text{अतः रमन को दिल्ली पहुँचने में लगा समय} = 10 \text{ am} + 6 \text{ घंटे}$$

$$= 4 \text{ pm}$$

$$7. \text{ ट्रेन की गति} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{225}{10} \text{ मी/से} = \frac{225}{10} \times \frac{18}{5} \text{ किमी/घंटा} = 81 \text{ किमी/घंटा}$$

$$\text{प्लेटफार्म को पार करने में ट्रेन द्वारा तय कुल दूरी} = 225 \text{ मी} + 405 \text{ मी}$$

$$= 630 \text{ मी}$$

$$\text{ट्रेन की गति} = 81 \times \frac{5}{18} \text{ मी/से}$$

$$\therefore \text{प्लेटफार्म को पार करने में लगा समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{630 \times 18}{81 \times 5} \text{ से} = 28 \text{ सेकंड}$$

$$8. \text{ पहली मालगाड़ी की गति} = 45 \text{ किमी/घं} = 45 \times \frac{5}{18} \text{ मी/से} = \frac{25}{2} \text{ मी/से}$$

$$\text{दूसरी मालगाड़ी की गति} = 63 \text{ किमी/घं} = 63 \times \frac{5}{18} \text{ मी/से} = \frac{35}{2} \text{ मी/से}$$

$$\text{एक दूसरे को पार करने में मालगाड़ियों द्वारा तय कुल दूरी} = 380 \text{ मी} + 490 \text{ मी} \\ = 870 \text{ मी}$$

क्योंकि मालगाड़ियाँ विपरीत दिशाओं में चल रही हैं, उनकी सापेक्षिक गति, उनकी गतियों का योग होगी।

$$\text{सापेक्ष गति} = \left(\frac{25}{2} + \frac{35}{2} \right) \text{ मी/से} \\ = \frac{60}{2} \text{ मी/से} = 30 \text{ मी/से}$$

$$\text{अतः एक दूसरे को पार करने में लगा समय} = \frac{\text{दूरी}}{\text{समय}} = \frac{870}{30} \text{ से} = 29 \text{ सेकंड}$$

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (स) 2. (ब) 3. (ब) 4. (ब) 5. (ब)

बौद्धिक गणित

1. अंकित मूल्य = ₹ 80

विक्रय मूल्य = ₹ 60

$$\text{छूट} = ₹ (80 - 60) = ₹ 20$$

$$\text{छूट \%} = \frac{\text{छूट}}{\text{अंकित मूल्य}} \times 100$$

$$= \frac{20}{80} \times 100 = 25\%$$

$$2. \text{ 2 वर्ष बाद जनसंख्या} = P \left(1 + \frac{R}{100} \right)^T \\ = 10000 \left(1 + \frac{10}{100} \right)^2 \\ = 10000 \left(\frac{11}{10} \right)^2$$

$$= 10000 \times \frac{11}{10} \times \frac{11}{10}$$

$$= 12100$$

∴ 2 वर्ष बाद जनसंख्या 12100 होगी।

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. कमीज पर अंकित मूल्य = ₹ 324

∴ दुकानदार एक कमीज पर एक कमीज मुफ्त दे रहा है।

∴ दो कमीजों को विक्रय मूल्य = ₹ 324

∴ एक कमीज का विक्रय मूल्य = ₹ $\frac{324}{2}$ = ₹ 162

लाभ = 8%

अतः एक कमीज का क्रय मूल्य = $\left(\frac{100}{100 + \text{लाभ}\%}\right) \times \text{वि०मू०}$

$$= ₹ \left(\frac{100}{100 + 8}\right) \times 162$$

$$= ₹ \frac{16200}{108}$$

$$= ₹ 150$$

अतः एक कमीज का क्रय मूल्य ₹ 150 है।

2. टी०वी० सेट का निर्धारित मूल्य = ₹ 7500

एक वर्ष पश्चात् टी०वी० सेट के मूल्य में वृद्धि = ₹ 7500 का 5%

$$= ₹ \left(\frac{7500 \times 5}{100}\right) = ₹ 375$$

एक वर्ष पश्चात् टी०वी० सेट का मूल्य = ₹ (7500 + 375) = ₹ 7875

दो वर्ष पश्चात् टी०वी० सेट के मूल्य में कमी = ₹ 7875 का 4%

$$= ₹ \left(\frac{7875 \times 4}{100}\right)$$

$$= ₹ 315$$

दो वर्ष पश्चात् टी०वी० सेट का मूल्य = ₹ (7875 - 315) = ₹ 7560

अतः 2 वर्ष पश्चात् टी०वी० सेट का मूल्य ₹ 7560 था।



चतुर्भुजों को समझना

अभ्यास 10.1

1. माना चतुर्भुज का चौथा कोण x है।

हम जानते हैं कि चतुर्भुज के कोणों का योग 360° होता है। अतः

$$70^\circ + 60^\circ + 120^\circ + x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 250^\circ + x = 360^\circ$$

$$\therefore x = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$$

अतः चतुर्भुज का कोण D 110° का है।

2. माना चतुर्भुज का चौथा कोण x है।

चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$100^\circ + 50^\circ + 50^\circ + x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 200^\circ + x = 360^\circ$$

$$\therefore x = 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$$

3. माना तीनों समान कोणों में प्रत्येक कोण x है।

चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$x + x + x + 120^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 3x + 120^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 360^\circ - 120^\circ = 240^\circ$$

$$\therefore x = \frac{240^\circ}{3} = 80^\circ$$

अतः चतुर्भुज का प्रत्येक समान कोण 80° है।

4. माना तीनों समान कोणों में प्रत्येक कोण x है।

चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$x + x + x + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 3x + 90^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 3x = 360^\circ - 90^\circ = 270^\circ$$

$$\therefore x = \frac{270^\circ}{3} = 90^\circ$$

अतः चतुर्भुज का प्रत्येक कोण 90° है।

5. माना चार कोणों की माप $2x$, $3x$, $4x$ तथा $6x$ हैं।

चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$2x + 3x + 4x + 6x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 15x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{360^\circ}{15} = 24^\circ$$

अतः कोण हैं-

$$2x = 2 \times 24^\circ = 48^\circ$$

$$3x = 3 \times 24^\circ = 72^\circ$$

$$4x = 4 \times 24^\circ = 96^\circ$$

$$6x = 6 \times 24^\circ = 144^\circ$$

अतः 48° , 72° , 96° तथा 144° चतुर्भुज के कोण हैं।

6. माना चार कोणों की माप $2x$, $3x$, $5x$ तथा $8x$ हैं।
चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$2x + 3x + 5x + 8x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 18x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{360^\circ}{18} = 20^\circ$$

अतः कोण हैं-

$$2x = 2 \times 20^\circ = 40^\circ$$

$$3x = 3 \times 20^\circ = 60^\circ$$

$$5x = 5 \times 20^\circ = 100^\circ$$

$$8x = 8 \times 20^\circ = 160^\circ$$

अतः चतुर्भुज के कोण 40° , 60° , 100° तथा 160° हैं।

7. माना $\angle C$ व $\angle D$ का मान x है।

चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$115^\circ + 65^\circ + x + x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 180^\circ + 2x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2x = 360^\circ - 180^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{180^\circ}{2} = 90^\circ$$

अतः $\angle C = \angle D = 90^\circ$

8. माना अन्य कोणों की माप $2x$ व $3x$ हैं।

चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$150^\circ + 2x + 3x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 5x = 360^\circ - 150^\circ = 210^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{210^\circ}{5} = 42^\circ$$

अतः अन्य कोण हैं-

$$2x = 2 \times 42^\circ = 84^\circ$$

$$3x = 3 \times 42^\circ = 126^\circ$$

9. (क) चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$x + 90^\circ + 50^\circ + 110^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x + 250^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 360^\circ - 250^\circ = 110^\circ$$

(ख) चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$x + 116^\circ + 67^\circ + 103^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x + 286^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 360^\circ - 286^\circ = 74^\circ$$

10. $OCED$ एक चतुर्भुज है।

माना $\angle CED$ की माप x है।

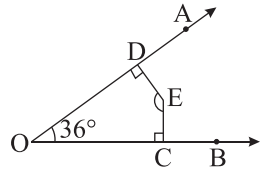
चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$36^\circ + 90^\circ + 90^\circ + x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 216^\circ + x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = 360^\circ - 216^\circ = 144^\circ$$

अतः $\angle CED$ की माप 144° है।



अभ्यास 10.2

1. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें

$\angle A = 2x$ तथा $\angle B = 3x$ है।

समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

अतः $\angle A = \angle C = 2x$

तथा $\angle B = \angle D = 3x$

समांतर चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$2x + 3x + 2x + 3x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 10x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{360^\circ}{10} = 36^\circ$$

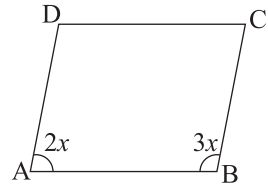
अतः कोण हैं—

$$\angle A = 2x = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

$$\angle B = 3x = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$$

$$\angle C = 2x = 2 \times 36^\circ = 72^\circ$$

$$\angle D = 3x = 3 \times 36^\circ = 108^\circ$$



2. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें $\angle B = 100^\circ$ है।

क्योंकि समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

$$\text{अतः } \angle B = \angle D = 100^\circ$$

$$\text{तथा } \angle A = \angle C = x \text{ (माना)}$$

समांतर चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\therefore x + 100^\circ + x + 100^\circ = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 200^\circ + 2x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 2x = 360^\circ - 200^\circ = 160^\circ$$

$$\therefore x = \frac{160^\circ}{2} = 80^\circ$$

अतः 100° , 80° तथा 80° समांतर चतुर्भुज के तीन कोण हैं।

3. (क) असत्य, क्योंकि समांतर चतुर्भुज के विकर्ण आपस में बराबर हो, ऐसा आवश्यक नहीं है।

(ख) सत्य, क्योंकि समांतर चतुर्भुज के दोनों विकर्ण एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं।

(ग) $\triangle ABC$ व $\triangle CDA$ में,

$$AB = CD \text{ (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)}$$

$$BC = AD \text{ (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)}$$

$$\angle B = \angle D \text{ (समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण)}$$

$$\therefore \triangle ABC \cong \triangle CDA \text{ (SAS का समरूप नियम)}$$

अतः $\triangle ABC \cong \triangle CDA$ सत्य है।

(घ) $\triangle AOB$ व $\triangle COD$ में,

$$AO = OC$$

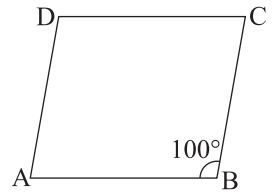
$$OB = OD$$

$$\angle AOB = \angle COD \text{ (ऊर्ध्वाधर सम्मुख कोण)}$$

$$\therefore \triangle AOB \cong \triangle COD \text{ (SAS का समरूप नियम)}$$

अतः $\triangle AOB \cong \triangle COD$ सत्य है।

4. लंबी भुजा की लम्बाई $= 8.4 \times \frac{3}{2}$ सेमी
 $= 12.6$ सेमी



समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं।

अतः $AB = CD = 12.6$ सेमी

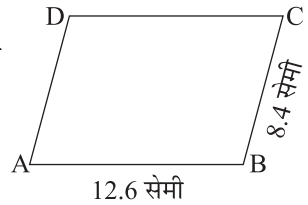
और $BC = AD = 8.4$ सेमी

समांतर चतुर्भुज का परिमाण

$$= AB + BC + CD + DA$$

$$= (12.6 + 8.4 + 12.6 + 8.4) \text{ सेमी}$$

$$= 42 \text{ सेमी}$$



5. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें

$AB = 4$ सेमी तथा $BC = 3$ सेमी है।

समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं।

अतः

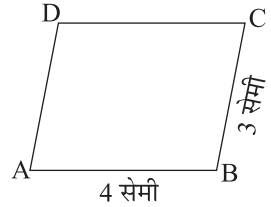
$$AB = CD = 4 \text{ सेमी}$$

और $BC = AD = 3$ सेमी

समांतर चतुर्भुज का परिमाण $= AB + BC + CD + DA$

$$= (4 + 3 + 4 + 3) \text{ सेमी}$$

$$= 14 \text{ सेमी}$$



6. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें

$\angle A + \angle C = 130^\circ$ है।

समांतर चतुर्भुज के सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

अतः $\angle A = \angle C = \frac{130^\circ}{2} = 65^\circ$

अब, $\angle B + \angle D = 360^\circ - (\angle A + \angle C)$

$$= 360^\circ - 130^\circ$$

$$= 230^\circ$$

$$\angle B = \angle D = \frac{230^\circ}{2} = 115^\circ$$

अतः समांतर चतुर्भुज के कोण $65^\circ, 115^\circ, 65^\circ$ तथा 115° हैं।

7. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है।

जिसमें $BC = 3x$ सेमी

तथा $AB = 7x$ सेमी

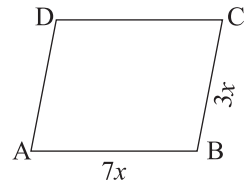
समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ समान होती हैं। अतः

$$AB = CD = 7x \text{ सेमी}$$

और $BC = AD = 3x$ सेमी

समांतर चतुर्भुज का परिमाण $= AB + BC + CD + DA$

$$= (7x + 3x + 7x + 3x) \text{ सेमी} = 20x \text{ सेमी}$$



दिया है कि समांतर चतुर्भुज का परिमाप 100 सेमी है।

$$\begin{aligned} \therefore & 20x = 100 \text{ सेमी} \\ \Rightarrow & x = \frac{100}{20} = 5 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

अतः $7x = 7 \times 5$ सेमी = 35 सेमी

और $3x = 3 \times 5$ सेमी = 15 सेमी

अतः समांतर चतुर्भुज की भुजाएँ 35 सेमी व 15 सेमी हैं।

8. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें

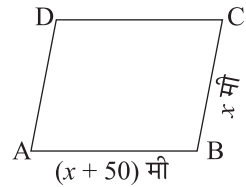
$BC = x$ मी है।

तब, $AB = (x + 50)$ मी

$$\begin{aligned} \text{समांतर चतुर्भुज का परिमाप} &= AB + BC + CD + DA \\ &= x + 50 + x + x + 50 + x \\ &= (4x + 100) \text{ मी} \end{aligned}$$

दिया है कि समांतर चतुर्भुज का परिमाप 220 मी है।

$$\begin{aligned} \therefore & 4x + 100 = 220 \text{ मी} \\ \Rightarrow & 4x = (220 - 100) \text{ मी} \\ \Rightarrow & 4x = 120 \text{ मी} \\ \Rightarrow & x = \frac{120}{4} \text{ मी} = 30 \text{ मी} \end{aligned}$$



अतः $AB = CD = (x + 50)$ मी = $(30 + 50)$ मी = 80 मी

$BC = AD = x$ मी = 30 मी

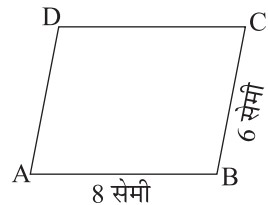
अतः समांतर चतुर्भुज की भुजाएँ 80 मी व 30 मी हैं।

9. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें

$AB = 8$ सेमी है।

अतः $BC = 8 \times \frac{3}{4}$ सेमी = 6 सेमी

$$\begin{aligned} \text{समांतर चतुर्भुज का परिमाप} &= AB + BC + CD + DA \\ &= (8 + 6 + 8 + 6) \text{ सेमी} \\ &= 28 \text{ सेमी} \end{aligned}$$



10. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है जिसमें

$\angle A = 3x$ तथा $\angle B = x$ है।

क्योंकि समांतर चतुर्भुज की सम्मुख कोण बराबर होते हैं।

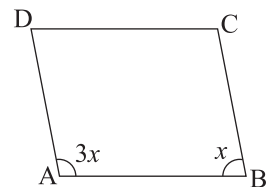
अतः $\angle A = \angle C = 3x$

तथा $\angle B = \angle D = x$

समांतर चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\therefore 3x + x + 3x + x = 360^\circ$$



$$\Rightarrow 8x = 360^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{360^\circ}{8} = 45^\circ$$

अतः $\angle A = \angle C = 3x = 3 \times 45^\circ = 135^\circ$
तथा $\angle B = \angle D = x = 45^\circ$

11. माना $ABCD$ एक समांतर चतुर्भुज है।

जिसमें $\angle A = \angle C = 3x + 10$, $\angle B = \angle D = 3x - 4$
समांतर चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$\angle A + \angle B + \angle C + \angle D = 360^\circ$$

$$\therefore 3x + 10 + 3x - 4 + 3x + 10 + 3x - 4 = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 12x + 12 = 360^\circ$$

$$\Rightarrow 12x = 360^\circ - 12 = 348^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{348^\circ}{12} = 29^\circ$$

अतः $\angle A = \angle C = 3x + 10 = 3 \times 29^\circ + 10 = 97^\circ$

$$\angle B = \angle D = 3x - 4 = 3 \times 29^\circ - 4 = 83^\circ$$

अतः समांतर चतुर्भुज के चारों कोण 97° , 83° , 97° तथा 83° हैं।

12. चतुर्भुज $APCR$ में,

$$AP \parallel RC \quad (\text{क्योंकि } AB \parallel CD) \quad \dots(i)$$

$$AP = \frac{1}{2} AB, \quad CR = \frac{1}{2} CO \quad (\text{दिया है})$$

तथा $AB = CD$ (समांतर चतुर्भुज की सम्मुख भुजाएँ)

$$\therefore AP = RC \quad \dots(ii)$$

हम जानते हैं कि यदि किसी चतुर्भुज की आमने-सामने की भुजाओं का एक जोड़ा बराबर तथा समांतर हो, तो वह चतुर्भुज समांतर चतुर्भुज होता है।

$\therefore APCR$ एक समांतर चतुर्भुज है।

[(i) व (ii) से]

इसी प्रकार, $DQ \parallel PB$ तथा $DQ = PB$

$\therefore DPBR$ एक समांतर चतुर्भुज है।

अब, चतुर्भुज $PQRS$ में,

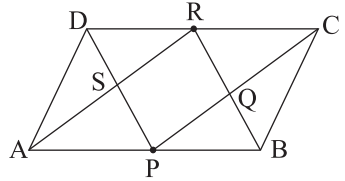
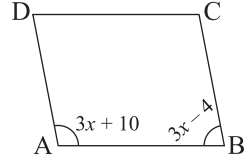
$SP \parallel RQ$ (SP, DP का भाग है तथा RQ, RB का भाग है)

$SP = RQ$ (दिया है कि AR और DP तथा PC और RB एक-दूसरे को समद्विभाजित करते हैं)

इसी प्रकार, $SR \parallel PQ$

$$SR = PQ$$

अतः $PQRS$ एक समांतर चतुर्भुज है।



अभ्यास 10.3

1. माना $ABCD$ एक आयत है जिसमें

$AB = x$ सेमी है।

$BC = 27$ सेमी (दिया है)

$$\begin{aligned} \therefore \text{समांतर चतुर्भुज का परिमाप} &= AB + BC + CD + DA \\ &= (x + 27 + x + 27) \text{ सेमी} \\ &= (2x + 54) \text{ सेमी} \end{aligned}$$

दिया है कि समांतर चतुर्भुज का परिमाप 208 सेमी है।

$$\begin{aligned} \therefore 2x + 54 &= 208 \text{ सेमी} \\ \Rightarrow 2x &= (208 - 54) \text{ सेमी} \\ \Rightarrow 2x &= 154 \text{ सेमी} \\ \Rightarrow x &= \frac{154}{2} \text{ सेमी} = 77 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

अतः आयत की लंबाई 77 सेमी है।

2. $\triangle ABC$ में, $\angle ABC = 90^\circ$

अब, $AC^2 = AB^2 + BC^2$ (पाइथागोरस प्रमेय)

$$\therefore AC^2 = 24^2 \text{ सेमी}^2 + 18^2 \text{ सेमी}^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 576 \text{ सेमी}^2 + 324 \text{ सेमी}^2$$

$$\Rightarrow AC^2 = 900 \text{ सेमी}^2$$

$$\Rightarrow AC = 30 \text{ सेमी}$$

आयत के विकर्ण एक दूसरे के बराबर होते हैं।

$$\therefore BD = AC = 30 \text{ सेमी}$$

अतः आयत के प्रत्येक विकर्ण की लंबाई 30 सेमी है।

3. हम जानते हैं कि आयत के प्रत्येक कोण का मान 90° होता है। इसलिए त्रिभुज APS , PBQ , QCR और SRD एक दूसरे के समरूप हैं।

$$\therefore SP = PQ = QR = SR$$

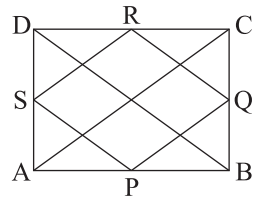
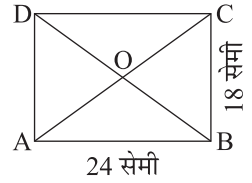
हम जानते हैं कि किसी भी त्रिभुज में, दो भुजाओं के मध्य बिन्दुओं को मिलाने वाली रेखा, तीसरी भुजा के समांतर होती है।

$$\therefore SP \parallel BD \text{ तथा } RQ \parallel BD$$

$$\therefore SP \parallel RQ$$

इसी प्रकार, $SR \parallel PQ$

अतः $PQRS$ एक समचतुर्भुज है।



4. समचतुर्भुज की सभी भुजाएँ समान होती हैं।

$$\therefore AB = BC = CD = DA$$

तथा $AC = CB$ (दिया है)

$$\Delta ADC \text{ में, } AD = DC = AC$$

अतः ΔADC एक समबाहु त्रिभुज है।

$$\therefore \angle ADC = 60^\circ \text{ तथा } \angle DAC = 60^\circ$$

$$\angle BAD = 2\angle DAC = 2 \times 60^\circ = 120^\circ$$

$$\text{अतः } \angle ADC = 60^\circ \text{ तथा } \angle BAD = 120^\circ$$

5. समचतुर्भुज के संलग्न कोणों का योग 180° होता है।

$$\therefore 2x + 4x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow 6x = 180^\circ$$

$$\Rightarrow x = \frac{180^\circ}{6} = 30^\circ$$

$$\text{अतः } \angle A = \angle C = 2x = 2 \times 30^\circ = 60^\circ$$

$$\angle B = \angle D = 4x = 4 \times 30^\circ = 120^\circ$$

अतः समचतुर्भुज के सभी कोण 60° , 120° , 60° तथा 120° हैं।

6. ΔORQ में,

$$\angle OQR = \frac{\angle PQR}{2} = \frac{110^\circ}{2} = 55^\circ$$

$$\angle ROQ = 90^\circ \text{ (दिया है)}$$

$$\therefore \angle ORQ + \angle OQR + \angle ROQ = 180^\circ$$

(त्रिभुज के कोणों के योग का नियम)

$$\Rightarrow \angle ORQ + 55^\circ + 90^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ORQ + 145^\circ = 180^\circ$$

$$\Rightarrow \angle ORQ = 180^\circ - 145^\circ = 35^\circ$$

7. हम जानते हैं कि समचतुर्भुज के विकर्ण एक-दूसरे को समकोण पर समद्विभाजित करते हैं।

$$\text{अब, } OP = OR = \frac{PR}{2} = \frac{12}{2} \text{ सेमी} = 6 \text{ सेमी}$$

$$\text{तथा } OQ = SO = \frac{SQ}{2} \text{ सेमी} = \frac{16}{2} \text{ सेमी} = 8 \text{ सेमी}$$

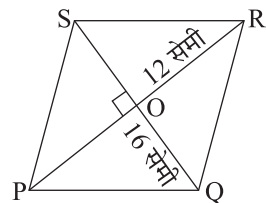
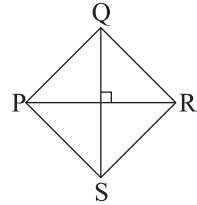
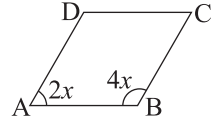
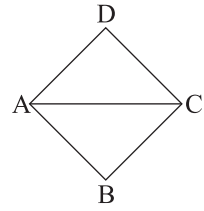
क्योंकि $\angle POQ = 90^\circ$, इसलिए ΔOPQ में पाइथागोरस प्रमेय से,

$$PQ^2 = PO^2 + OQ^2 = 6^2 \text{ सेमी}^2 + 8^2 \text{ सेमी}^2$$

$$PQ^2 = 36 \text{ सेमी}^2 + 64 \text{ सेमी}^2 = 100 \text{ सेमी}^2$$

$$PQ = 10 \text{ सेमी}$$

अतः समचतुर्भुज की प्रत्येक भुजा की लंबाई 10 सेमी है।



8. वर्ग की भुजा = 43 सेमी
 अतः वर्ग का परिमाप = $4 \times$ वर्ग की भुजा
 $= 4 \times 43$ सेमी = 172 सेमी

9. $\triangle ACD$ में, S तथा R क्रमशः AD और CD के मध्य बिन्दु हैं, तब मध्य-बिन्दु प्रमेय से,

$$SR \parallel AC \text{ तथा } SR = \frac{1}{2} AC \quad \dots(i)$$

- $\triangle ABC$ में, P तथा Q क्रमशः AB तथा BC के मध्य बिन्दु हैं, तब मध्य-बिन्दु प्रमेय से,

$$PQ \parallel AC \text{ तथा } PQ = \frac{1}{2} AC \quad \dots(ii)$$

- समीकरण (i) तथा (ii) से,

$$PQ \parallel SR \text{ तथा } PQ = SR = \frac{1}{2} AC \quad \dots(iii)$$

- इसी प्रकार, $\triangle ABD$ में, मध्य-बिन्दु प्रमेय से,

$$SP \parallel BD \text{ तथा } SP = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} AC \quad (\text{दिया है, } AC = BD) \dots(iv)$$

- $\triangle BCD$ में, मध्य-बिन्दु प्रमेय से,

$$RQ \parallel BD \text{ तथा } RQ = \frac{1}{2} BD = \frac{1}{2} AC \quad (\text{दिया है, } BD = AC) \dots(v)$$

- समीकरण (iv) तथा (v) से,

$$SP = RQ = \frac{1}{2} AC \quad \dots(vi)$$

- समीकरण (iii) तथा (vi) से,

$$PQ = SR = SP = RQ$$

- इस प्रकार, चारों भुजाएँ बराबर हैं।

- अब, चतुर्भुज $OERF$ में, $OE \parallel FR$ तथा $OF \parallel ER$

$$\therefore \angle EOF = \angle ERF = 90^\circ$$

$$[\because AC \perp DB \Rightarrow \angle DOC = \angle EOF = 90^\circ]$$

$$\therefore \angle QRS = 90^\circ$$

$$\text{इसी प्रकार, } \angle RQP = 90^\circ$$

- इसलिए, $PQRS$ एक वर्ग है।

10. $ABCD$ एक वर्ग है जिसके विकर्ण O पर मिलते हैं।

$$OA = OC \quad (\because \text{वर्ग एक समांतर चतुर्भुज है})$$

- $\triangle AOD$ और $\triangle COD$ में,

$$OA = OC$$

- (समांतर चतुर्भुज के विकर्ण परस्पर समद्विभाजित करते हैं।)

$$AD = DC \quad (\text{वर्ग की समान भुजाएँ})$$

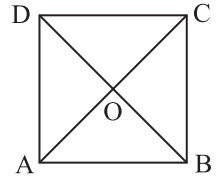
$$OD = OD \quad (\text{उभयनिष्ठ})$$

$$\Delta AOD \cong \Delta COD$$

किन्तु $m\angle AOD + m\angle COD = 180^\circ$
(एक रैखिक युग्म होने से)

इसलिए, प्रत्येक कोण $180 \div 2 = 90^\circ$ अर्थात् एक समकोण है।

इस प्रकार, एक वर्ग के विकर्ण परस्पर लंब समद्विभाजक होते हैं।



बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (अ) 2. (स) 3. (स) 4. (अ) 5. (द)

बौद्धिक गणित

1. चतुर्भुज के कोण योग प्रगुण का प्रयोग करते हुए,

$$100 + 80 + 90 + 100 = 370^\circ$$

अतः ये कोण चतुर्भुज के कोण नहीं हो सकते, क्योंकि चतुर्भुज के चारों कोणों का योग 360° होता है।

2. आयत की लंबाई = 12 सेमी

आयत की चौड़ाई = 5 सेमी

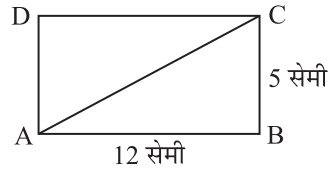
$$\text{आयत का विकर्ण } AC = \sqrt{AB^2 + BC^2}$$

(पाइथागोरस प्रमेय से)

$$= \sqrt{12^2 + 5^2}$$

$$= \sqrt{144 + 25} = \sqrt{169} = 13$$

अतः आयत के विकर्ण की लंबाई 13 सेमी है।



उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. ABCD एक समचतुर्भुज है और इसके विकर्ण एक-दूसरे को O पर काटते हैं।

$$AC = 8 \text{ सेमी, } OA = OC = 4 \text{ सेमी}$$

$$BD = 6 \text{ सेमी, } OB = OD = 3 \text{ सेमी}$$

अब समकोण त्रिभुज AOD में,

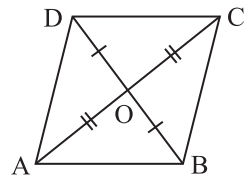
$$AD^2 = AO^2 + OD^2$$

$$= 4^2 + 3^2 = 16 + 9$$

$$AD^2 = 25 \Rightarrow AD = 5 \text{ सेमी}$$

अतः समचतुर्भुज की एक भुजा की लंबाई 5 सेमी है।

2. आयत और वर्ग में विकर्णों की लंबाई समान होती है।

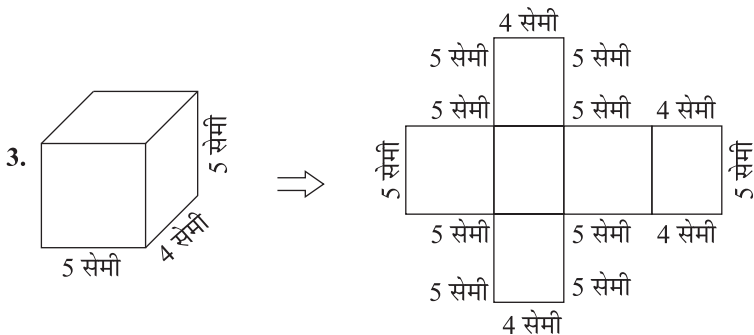




ठोस आकृतियाँ

अभ्यास 11.1

- (क) फुटबॉल, टेनिस गेंद
(ख) आइसक्रीम कोन, कोनिकल फ्लास्क
(ग) टोबलीरोन बॉक्स, टेंट की त्रिकोणीय छत
(घ) ईंट, पुस्तक
- (क) शंकु (ख) घनाभ (ग) घन (घ) बेलन
(ङ) त्रिकोणीय प्रिज्म (च) आयताकार पिरामिड



अभ्यास 11.2

- (क) 2 (ख) 6 (ग) 9 (घ) 3 (ङ) 8 (च) 5
- (क) 6 (ख) 4 (ग) 16 (घ) 12 (ङ) 6 (च) 9
- (क) 12 (ख) 6 (ग) 24 (घ) 18 (ङ) 12 (च) 8
- यूलर के सूत्र $F + V - E = 2$ के अनुसार,

$$10 + 20 - 15 = 30 - 15 = 15$$

अतः बहुफलक यूलर के सूत्र को संतुष्ट नहीं करता।

इसलिए बहुफलक में 10 फलक, 20 कोरें और 15 शीर्ष नहीं हो सकते हैं।

ठोस का नाम	F	E	V	$F + V - E$
षट्कोण प्रिज्म	8	18	12	$8 + 12 - 18 = 2$
चतुर्भुजाकार पिरामिड	5	8	5	$5 + 5 - 8 = 2$
षट्भुजाकार पिरामिड	7	12	7	$7 + 7 - 12 = 2$

पंचभुजाकार प्रिज्म	7	15	10	$7 + 10 - 15 = 2$
घन	6	12	8	$6 + 8 - 12 = 2$

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (द) 2. (अ) 3. (अ) 4. (स) 5. (स)

बौद्धिक गणित

1. घन के फलकों के रूप में छह वर्ग होते हैं।
2. माना बहुफलक में x फलक हैं।

$$\therefore x + 20 - 30 = 2 \quad (\text{यूलर सूत्र से})$$

$$\Rightarrow x - 10 = 2$$

$$\Rightarrow x = 2 + 10$$

$$\therefore x = 12$$

अतः बहुफलक में 12 फलक हैं।

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. घन का आधार फलक एक वर्ग होता है, जबकि घनाभ का आधार फलक एक आयत होता है।
2. त्रिभुजाकार पिरामिड का आधार त्रिभुज होता है, जबकि आयताकार पिरामिड का आधार आयत होता है।



प्रयोगात्मक ज्यामिति

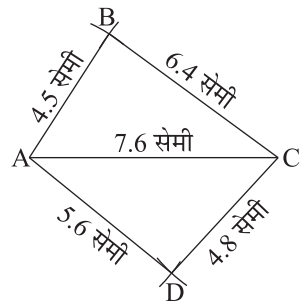
अभ्यास 12.1

1. रचना के चरण-

चरण 1. $AC = 7.6$ सेमी खींचो।

चरण 2. A को केंद्र मानकर AC के ऊपर 4.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 3. C को केंद्र मानकर 6.4 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो जो पहले चाप को B बिंदु पर काटे।



चरण 4. A को केंद्र मानकर AC के नीचे 5.6 सेमी का एक चाप खींचो।

चरण 5. C को केंद्र मानकर 4.8 सेमी का एक अन्य चाप खींचो जो पहले चाप को D बिंदु पर काटे।

चरण 6. AB, AD, CB तथा CD को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वॉलित चतुर्भुज है।

2. रचना के चरण-

चरण 1. $PR = 4$ सेमी खींचो।

चरण 2. P को केंद्र मानकर PR के ऊपर 3 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

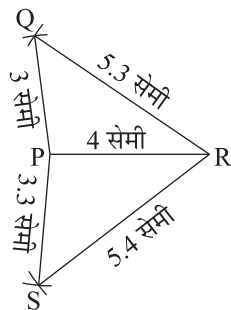
चरण 3. R को केंद्र मानकर 5.3 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो जो पहले चाप को Q बिंदु पर काटे।

चरण 4. P को केंद्र मानकर PR के नीचे 3.3 सेमी का एक चाप खींचो।

चरण 5. R को केंद्र मानकर 5.4 सेमी का एक अन्य चाप खींचो जो पहले चाप को S बिंदु पर काटे।

चरण 6. PQ, PS, RQ तथा RS को मिलाओ।

अब $PQRS$ एक वॉलित चतुर्भुज है।



3. रचना के चरण-

चरण 1. $BD = 6.6$ सेमी खींचो।

चरण 2. B को केंद्र मानकर BD के ऊपर 5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

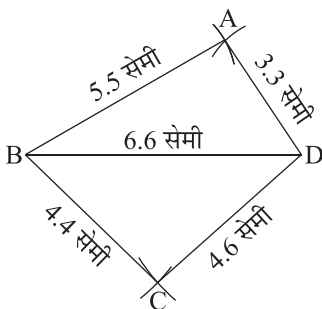
चरण 3. D को केंद्र मानकर 3.3 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो जो पहले चाप को A बिंदु पर काटे।

चरण 4. B को केंद्र मानकर BD के नीचे 4.4 सेमी का एक चाप खींचो।

चरण 5. D को केंद्र मानकर 4.6 सेमी का एक अन्य चाप खींचो जो पहले चाप को C बिंदु पर काटे।

चरण 6. AB, AD, CB तथा CD को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वॉलित चतुर्भुज है।



4. रचना के चरण-

चरण 1. $AC = 6$ सेमी खींचो।

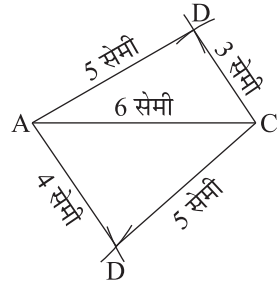
चरण 2. A को केंद्र मानकर AC के ऊपर 5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 3. C को केंद्र मानकर 3 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो B बिंदु पर काटे।

चरण 4. A को केंद्र मानकर AC के नीचे 4 सेमी का एक चाप खींचो।

चरण 5. C को केंद्र मानकर 5 सेमी का एक अन्य चाप खींचो जो पहले चाप को D बिंदु पर काटे।

चरण 6. AB, AD, CB तथा CD को मिलाओ।
अब $ABCD$ एक वॉलित चतुर्भुज है।



अभ्यास 12.2

1. रचना के चरण-

चरण 1. $CD = 6$ सेमी खींचो।

चरण 2. D को केंद्र मानकर D के ऊपर 6.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

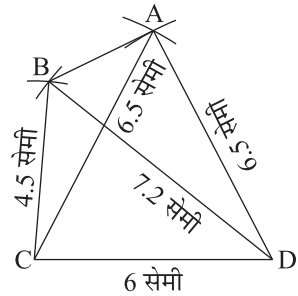
चरण 3. C को केंद्र मानकर 6.5 सेमी का एक दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को A पर काटे।

चरण 4. AC और AD को मिलाओ।

चरण 5. C को केंद्र मानकर CD के ऊपर 4.5 सेमी की त्रिज्या से एक चाप खींचो।

चरण 6. D को केंद्र मानकर 7.2 सेमी त्रिज्या से दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को B बिंदु पर काटे।

चरण 7. BC, AB और BD को मिलाओ।
अब $ABCD$ एक वॉलित चतुर्भुज है।



2. रचना के चरण-

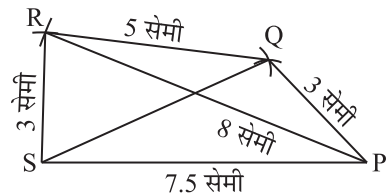
चरण 1. $SP = 7.5$ सेमी खींचो।

चरण 2. P को केंद्र मानकर P के ऊपर 3 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 3. S को केंद्र मानकर 5 सेमी का एक दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को Q पर काटे।

चरण 4. SQ और PQ को मिलाओ।

चरण 5. S को केंद्र मानकर SP के ऊपर 3 सेमी की त्रिज्या से एक चाप खींचो।



चरण 6. P को केंद्र मानकर 8 सेमी त्रिज्या से दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को R बिंदु पर काटे।

चरण 7. RS, QR और PR को मिलाओ।
अब $PQRS$ एक वॉलित चतुर्भुज है।

3. रचना के चरण-

चरण 1. $BC = 6$ सेमी खींचो।

चरण 2. C को केंद्र मानकर C के ऊपर 5.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

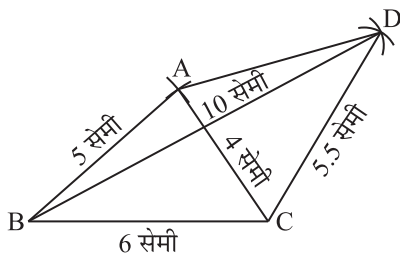
चरण 3. B को केंद्र मानकर 10 सेमी का एक दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को D पर काटे।

चरण 4. BD और CD को मिलाओ।

चरण 5. B को केंद्र मानकर BC के ऊपर 5 सेमी की त्रिज्या से एक चाप खींचो।

चरण 6. C को केंद्र मानकर 4 सेमी त्रिज्या से दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को A बिंदु पर काटे।

चरण 7. AB, AD और AC को मिलाओ।
अब $ABCD$ एक वॉलित चतुर्भुज है।



4. रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 6$ सेमी खींचो।

चरण 2. B को केंद्र मानकर B के ऊपर 7 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 3. A को केंद्र मानकर 9 सेमी का एक दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को C पर काटे।

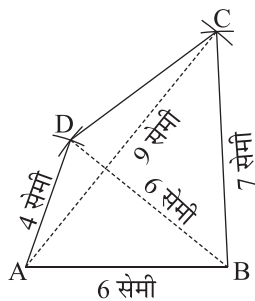
चरण 4. AC और BC को मिलाओ।

चरण 5. A को केंद्र मानकर AB के ऊपर 4 सेमी की त्रिज्या से एक चाप खींचो।

चरण 6. B को केंद्र मानकर 6 सेमी त्रिज्या से दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को D बिंदु पर काटे।

चरण 7. AD, CD और BD को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वॉलित चतुर्भुज है।



5. रचना के चरण-

चरण 1. $RS = 5$ सेमी खींचो।

चरण 2. S को केंद्र मानकर S के ऊपर 6 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 3. R को केंद्र मानकर 6 सेमी का एक दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को P पर काटे।

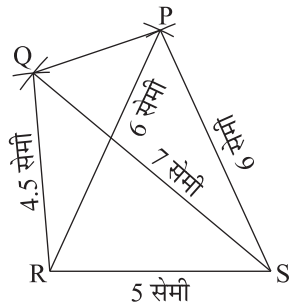
चरण 4. RP और SP को मिलाओ।

चरण 5. R को केंद्र मानकर RS के ऊपर 4.5 सेमी की त्रिज्या से एक चाप खींचो।

चरण 6. S को केंद्र मानकर 7 सेमी त्रिज्या से दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को Q बिंदु पर काटे।

चरण 7. QR, PQ और QS को मिलाओ।

अब $PQRS$ एक वॉछित चतुर्भुज है।



6. रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 5$ सेमी खींचो।

चरण 2. B को केंद्र मानकर B के ऊपर 3 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 3. A को केंद्र मानकर 4 सेमी का एक दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को C पर काटे।

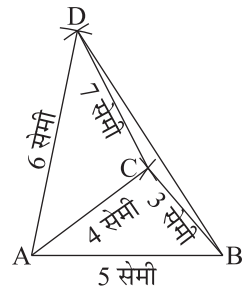
चरण 4. AC और BC को मिलाओ।

चरण 5. A को केंद्र मानकर AB के ऊपर 6 सेमी की त्रिज्या से एक चाप खींचो।

चरण 6. B को केंद्र मानकर 7 सेमी त्रिज्या से दूसरा चाप खींचो जो पहले चाप को D बिंदु पर काटे।

चरण 7. AD, CD और BD को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वॉछित चतुर्भुज है।



अभ्यास 12.3

1. रचना के चरण-

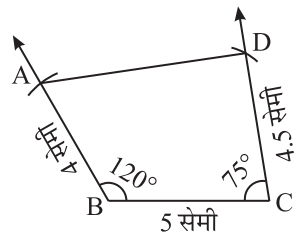
चरण 1. $BC = 5$ सेमी खींचो।

चरण 2. B पर 120° का तथा C पर 75° का कोण बनाओ।

चरण 3. $AB = 4$ सेमी तथा $CD = 4.5$ सेमी काटो।

चरण 4. AD को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वॉछित चतुर्भुज है।



2. रचना के चरण-

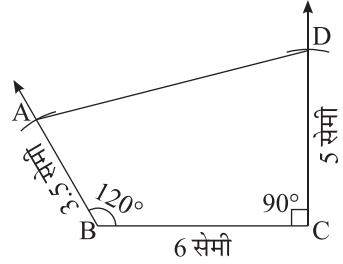
चरण 1. $BC = 6$ सेमी खींचो।

चरण 2. B पर 120° का तथा C पर 90° का कोण बनाओ।

चरण 3. $AB = 3.5$ सेमी तथा $CD = 5$ सेमी काटो।

चरण 4. AD को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वाँछित चतुर्भुज है।



3. रचना के चरण-

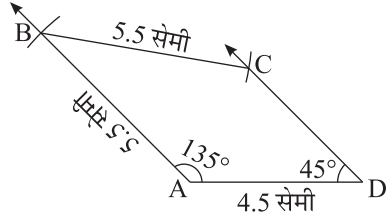
चरण 1. $AD = 4.5$ सेमी खींचो।

चरण 2. A पर 135° का तथा D पर 45° का कोण बनाओ।

चरण 3. $AB = 5.5$ सेमी तथा $BC = 5.5$ सेमी काटो।

चरण 4. BC को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वाँछित चतुर्भुज है।



4. रचना के चरण-

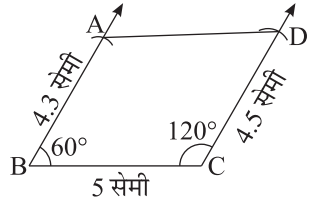
चरण 1. $BC = 5$ सेमी खींचो।

चरण 2. B पर 60° का तथा C पर 120° का कोण बनाओ।

चरण 3. $AB = 4.3$ सेमी तथा $CD = 4.5$ सेमी काटो।

चरण 4. AD को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वाँछित चतुर्भुज है।



5. रचना के चरण-

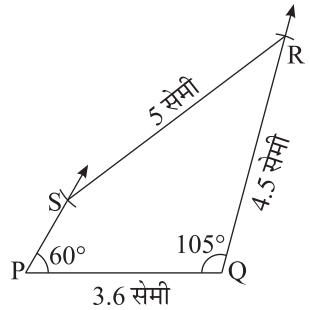
चरण 1. $PQ = 3.6$ सेमी खींचो।

चरण 2. P पर 60° का तथा Q पर 105° का कोण बनाओ।

चरण 3. $QR = 4.5$ सेमी तथा $RS = 5$ सेमी काटो।

चरण 4. SP को मिलाओ।

अब $PQRS$ एक वाँछित चतुर्भुज है।



6. रचना के चरण-

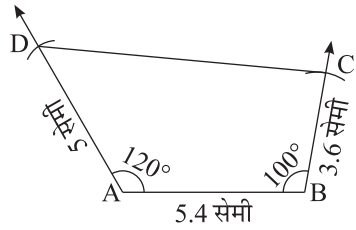
चरण 1. $AB = 5.4$ सेमी खींचो।

चरण 2. A पर 120° का तथा B पर $(180^\circ - 80^\circ) = 100^\circ$ का कोण बनाओ।

चरण 3. $AD = 5$ सेमी तथा $BC = 3.6$ सेमी काटो।

चरण 4. CD को मिलाओ।

अब $ABCD$ एक वॉल्लित चतुर्भुज है।



अभ्यास 12.4

1. रचना के चरण-

चरण 1. $PQ = 5$ सेमी खींचो

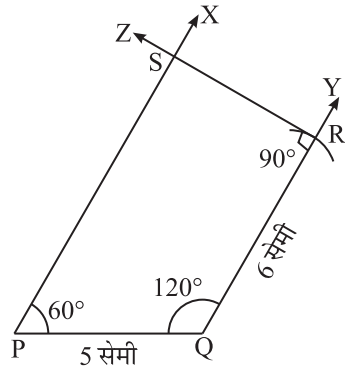
चरण 2. P पर $\angle XPQ = 60^\circ$ खींचो

चरण 3. Q पर $\angle YQP = 120^\circ$ खींचो।

चरण 4. Q को केंद्र मानकर तथा 6 सेमी की त्रिज्या लेकर R पर QY काटो।

चरण 5. R को केंद्र मानकर $\angle ZRQ = 90^\circ$ खींचो। ZR, PX को बिंदु S पर काटते हैं।

अब चतुर्भुज $PQRS$ प्राप्त होता है।



2. पहले हम $\angle C$ का मान ज्ञात करते हैं।

$$\begin{aligned}\angle C &= 360^\circ - (65^\circ + 100^\circ + 135^\circ) \\ &= 360^\circ - 300^\circ \\ &= 60^\circ\end{aligned}$$

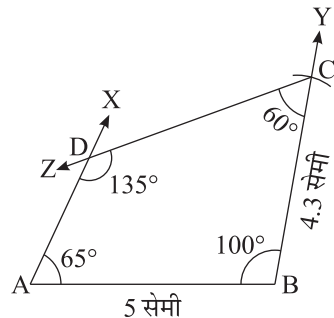
रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 5$ सेमी खींचो।

चरण 2. A पर $\angle XAB = 65^\circ$ खींचो।

चरण 3. B पर $\angle YBA = 100^\circ$ खींचो।

चरण 4. B को केंद्र मानकर तथा 4.3 सेमी की त्रिज्या लेकर C पर BY को काटो।



चरण 5. C को केंद्र मानकर $\angle ZCB = 60^\circ$ खींचो। ZC, AX को बिंदु D पर काटती है।

अब चतुर्भुज $ABCD$ प्राप्त होता है।

3. पहले हम $\angle C$ का मान ज्ञात करते हैं।

$$\begin{aligned}\angle C &= 360^\circ - (60^\circ + 105^\circ + 90^\circ) \\ &= 360^\circ - 255^\circ \\ &= 105^\circ\end{aligned}$$

रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 4.5$ सेमी खींचो।

चरण 2. A पर $\angle XAB = 60^\circ$ खींचो।

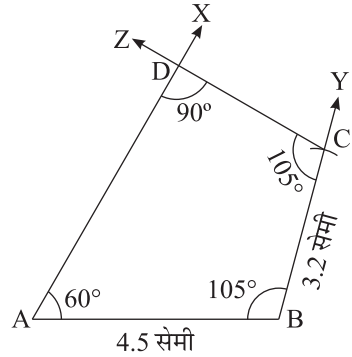
चरण 3. B पर $\angle YBA = 105^\circ$ खींचो।

चरण 4. B को केंद्र मानकर तथा 3.2 सेमी की त्रिज्या लेकर C पर BY को काटो।

चरण 5. C को केंद्र मानकर

$\angle ZCB = 105^\circ$ खींचो। ZC, AX को बिंदु D पर काटती है।

अब चतुर्भुज $ABCD$ प्राप्त होता है।



4. रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 6$ सेमी खींचो।

चरण 2. A पर $\angle XAB = 45^\circ$ तथा B पर $\angle YBA = 90^\circ$ का कोण बनाओ।

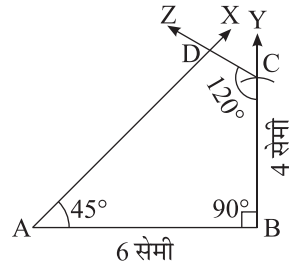
चरण 3. B को केंद्र मानकर तथा 4 सेमी की त्रिज्या लेकर C पर BY को काटो।

चरण 4. C को केंद्र मानकर $\angle ZCB = 120^\circ$ खींचो। ZC, AX को बिंदु D पर काटते हैं।

अब चतुर्भुज $ABCD$ प्राप्त होता है।

5. पहले हम $\angle R$ का मान ज्ञात करते हैं।

$$\begin{aligned}\angle R &= 360^\circ - (90^\circ + 60^\circ + 105^\circ) \\ &= 360^\circ - 255^\circ \\ &= 105^\circ\end{aligned}$$



रचना के चरण-

चरण 1. $PQ = 5.5$ सेमी खींचो।

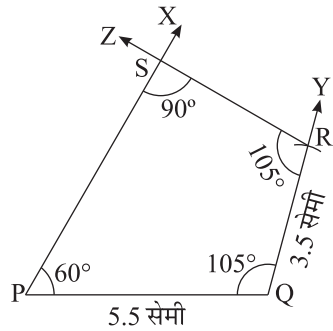
चरण 2. P पर $\angle XPQ = 60^\circ$ खींचो।

चरण 3. Q पर $\angle YQP = 105^\circ$ खींचो

चरण 4. Q को केंद्र मानकर तथा 3.5 सेमी की त्रिज्या लेकर R पर QY काटो।

चरण 5. R को केंद्र मानकर $\angle ZRQ = 105^\circ$ खींचो ZR, PX को बिंदु S पर काटते हैं।

अब चतुर्भुज $PQRS$ प्राप्त होता है।



6. रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 5.5$ सेमी खींचो।

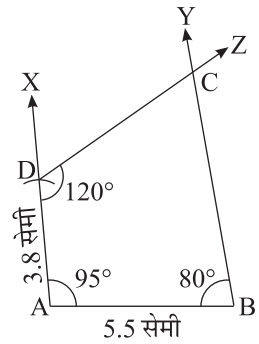
चरण 2. A पर $\angle XAB = 95^\circ$ खींचो।

चरण 3. B पर $\angle YBA = 80^\circ$ खींचो।

चरण 4. A को केंद्र मानकर तथा 3.8 सेमी की त्रिज्या लेकर D पर AX को काटो।

चरण 5. D को केंद्र मानकर $\angle ZDA = 120^\circ$ खींचो। ZD, BY को बिंदु C पर काटते हैं।

अब चतुर्भुज $ABCD$ प्राप्त होता है।



अभ्यास 12.5

1. रचना के चरण-

चरण 1. $BC = 4.5$ सेमी खींचो।

चरण 2. C पर $\angle BCX = 55^\circ$ खींचो।

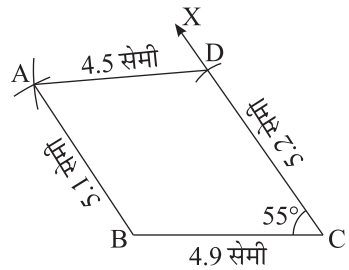
चरण 3. C को केंद्र मानते हुए 5.2 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो, जो BX को D पर काटे।

चरण 4. D को केंद्र मानते हुए 4.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 5. B को केंद्र मानते हुए 5.1 सेमी त्रिज्या का चाप खींचो जो पहले चाप को A पर काटे।

चरण 6. AB और AD को मिलाओ।

इस प्रकार $ABCD$ वॉलित चतुर्भुज है।



2. रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 4.3$ सेमी खींचो।

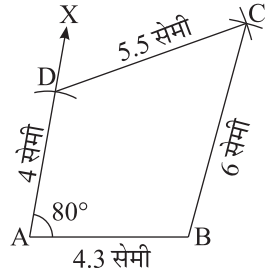
चरण 2. A पर $\angle BAX = 80^\circ$ खींचो।

चरण 3. A को केंद्र मानते हुए 4 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो, जो AX को D पर काटे।

चरण 4. B को केंद्र मानते हुए 6 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 5. D को केंद्र मानते हुए 5.5 सेमी त्रिज्या का चाप खींचो जो पहले चाप को C पर काटे।

चरण 6. BC और CD को मिलाओ।
 $ABCD$ वॉल्लित चतुर्भुज है।



3. रचना के चरण-

चरण 1. $QR = 6$ सेमी खींचो।

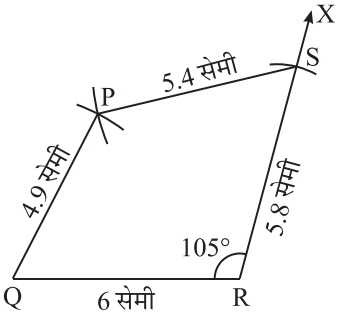
चरण 2. R पर $\angle QRX = 105^\circ$ खींचो।

चरण 3. R को केंद्र मानते हुए 5.8 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो, जो QR को S पर काटे।

चरण 4. S को केंद्र मानते हुए 5.4 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 5. Q को केंद्र मानते हुए 4.9 सेमी त्रिज्या का चाप खींचो जो पहले चाप को P पर काटे।

चरण 6. PQ और PS को मिलाओ।
 $PQRS$ वॉल्लित चतुर्भुज है।

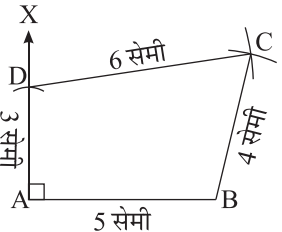


4. रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 5$ सेमी खींचो।

चरण 2. A पर कोण $\angle XAB = 90^\circ$ खींचो।

चरण 3. A को केंद्र मानते हुए 3 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो, जो AX को D पर काटे।



चरण 4. D को केंद्र मानते हुए 6 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 5. B को केंद्र मानते हुए 4 सेमी त्रिज्या का चाप खींचो जो पहले चाप को C पर काटे।

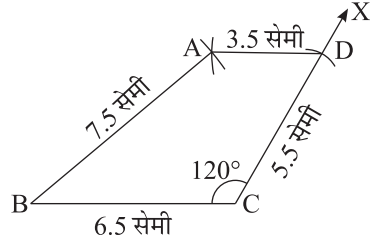
चरण 6. BC और CD को मिलाओ।
 $ABCD$ वॉलित चतुर्भुज है।

5. रचना के चरण-

चरण 1. $BC = 6.5$ सेमी खींचो।

चरण 2. C पर $\angle BCX = 120^\circ$ खींचो।

चरण 3. C को केंद्र मानते हुए 5.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो, जो BX को D पर काटे।



चरण 4. D को केंद्र मानते हुए 3.5 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 5. B को केंद्र मानते हुए 7.5 सेमी त्रिज्या का चाप खींचो जो पहले चाप को A पर काटे।

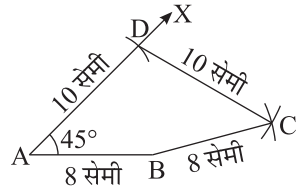
चरण 6. AB और AD को मिलाओ।
 $ABCD$ वॉलित चतुर्भुज है।

6. रचना के चरण-

चरण 1. $AB = 8$ सेमी खींचो।

चरण 2. A पर $\angle BAX = 45^\circ$ खींचो।

चरण 3. A को केंद्र मानते हुए 10 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो, जो AX को D पर काटे।



चरण 4. D को केंद्र मानते हुए 10 सेमी त्रिज्या का एक चाप खींचो।

चरण 5. B को केंद्र मानते हुए 8 सेमी त्रिज्या का चाप खींचो जो पहले चाप को C पर काटे।

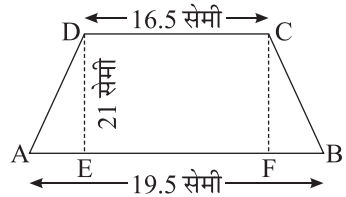
चरण 6. CD और BC को मिलाओ।
इस प्रकार $ABCD$ वॉलित चतुर्भुज है।



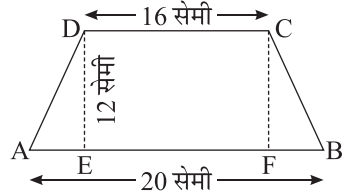
अभ्यास 13.1

$$\begin{aligned}
 1. \text{ समलंब-आकृति का क्षेत्रफल} &= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई} \\
 &= \frac{1}{2} \times (1.2 + 1.4) \times 0.75 \text{ मी}^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 2.6 \times 0.75 \text{ मी}^2 = 0.975 \text{ मी}^2
 \end{aligned}$$

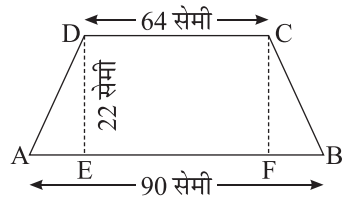
$$\begin{aligned}
 2. \text{ समलंब } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} \\
 &= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई} \\
 &= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times DE \\
 &= \frac{1}{2} \times (19.5 + 16.5) \times 21 \text{ सेमी}^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 36 \times 21 \text{ सेमी}^2 = 378 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 3. \text{ समलंब } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} \\
 &= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई} \\
 &= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times DE \\
 &= \frac{1}{2} \times (20 + 16) \times 12 \text{ सेमी}^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 36 \times 12 \text{ सेमी}^2 = 216 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$



$$\begin{aligned}
 4. \text{ समलंब } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} \\
 &= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई} \\
 &= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times DE \\
 &= \frac{1}{2} \times (90 + 64) \times 22 \text{ सेमी}^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 154 \times 22 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 1694 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$



5. माना समलंब की दोनों समांतर भुजाओं के बीच की दूरी h सेमी है।

समलंब $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

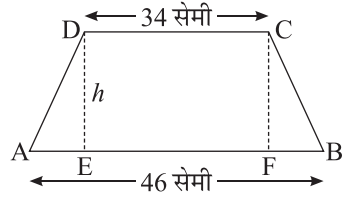
$$= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times DE$$

$$\therefore 960 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times (34 + 46) \times h$$

$$\Rightarrow 960 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times 80 \times h$$

$$\Rightarrow h = \frac{960 \times 2}{80} \text{ सेमी} = 24 \text{ सेमी}$$

अतः समलंब की दोनों समांतर भुजाओं के बीच की दूरी 24 सेमी है।



6. माना समलंब की ऊँचाई h सेमी है।

समलंब $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times DE$$

$$\therefore 78 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times (12 + 8) \times h$$

$$\Rightarrow 78 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times 20 \times h$$

$$\Rightarrow h = \frac{78 \times 2}{20} \text{ सेमी} = 7.8 \text{ सेमी}$$

अतः समलंब की ऊँचाई 7.8 सेमी है।

7. माना समलंब की ऊँचाई h सेमी है।

समलंब $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

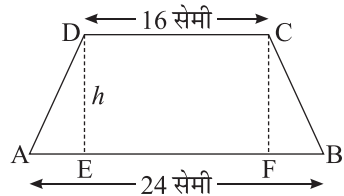
$$= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times DE$$

$$\therefore 60 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times (24 + 16) \times h$$

$$\Rightarrow 60 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times 40 \times h$$

$$\Rightarrow h = \frac{60 \times 2}{40} \text{ सेमी} = 3 \text{ सेमी}$$

अतः समलंब की ऊँचाई 3 सेमी है।



8. $ABCD$ एक समद्विबाहु समलंब है जिसमें AB और CD समांतर भुजाएँ हैं, DE अथवा CF इसकी ऊँचाई हैं तथा AD और BC इसकी असमांतर भुजाएँ हैं।

अब, $AB = 32$ सेमी, $CD = 20$ सेमी

तथा $AD = BC = 10$ सेमी

$CD = EF = 20$ सेमी

इसी प्रकार, $AE = BF$

$$\therefore AE + EF + BF = 32 \text{ सेमी}$$

$$\text{अथवा } 2AE + 20 \text{ सेमी} = 32 \text{ सेमी}$$

$$\therefore AE = \frac{32-20}{2} \text{ सेमी} = \frac{12}{2} \text{ सेमी} = 6 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned} \therefore DE &= \sqrt{AD^2 - AE^2} \\ &= \sqrt{(10^2 - 6^2)} \text{ सेमी} \\ &= \sqrt{64} \text{ सेमी} = 8 \text{ सेमी} \end{aligned}$$

$$\text{समलंब } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

$$= \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times DE$$

$$\therefore = \frac{1}{2} \times (32 + 20) \times 8 \text{ सेमी}^2$$

$$= \frac{1}{2} \times 52 \times 8 \text{ सेमी}^2$$

$$= 208 \text{ सेमी}^2$$

9. माना $ABCD$ एक समलंब है जिसमें $AB = x$ सेमी और $CD = (x-8)$ सेमी समांतर भुजाएँ हैं, DE अथवा CF इसकी ऊँचाई हैं तथा AD और BC इसकी असमांतर भुजाएँ हैं।

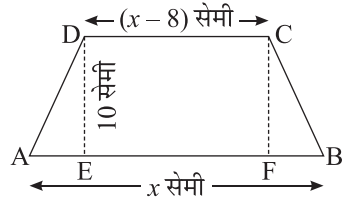
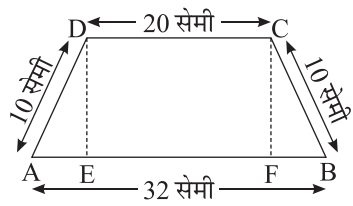
अब $AB = x$ सेमी, $CD = (x-8)$ सेमी तथा

$DE = 10$ सेमी

$$\text{समलंब } ABCD \text{ का क्षेत्रफल} = \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

$$\therefore 200 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times (AB + CD) \times DE$$

$$\Rightarrow 200 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times (x + x - 8) \times 10$$



$$\Rightarrow 200 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times (2x-8) \times 10$$

$$\Rightarrow 2x-8 = \frac{200}{5} \text{ सेमी} = 40 \text{ सेमी}$$

$$\Rightarrow x = \frac{1}{2} (40+8) \text{ सेमी} = \frac{48}{2} \text{ सेमी} = 24 \text{ सेमी}$$

$\therefore AB = 24$ सेमी, $CD = (24-8)$ सेमी = 16 सेमी

अतः समांतर भुजाओं की लंबाइयाँ क्रमशः 24 सेमी तथा 16 सेमी हैं।

10. माना समलंब चतुर्भुज $ABCD$ की समांतर भुजाओं में से एक भुजा x सेमी है।

अब, $CD = x$ सेमी, $AB = 3x$ सेमी तथा

$$DE = \frac{x+3x}{2} \text{ सेमी} = \frac{4x}{2} \text{ सेमी} = 2x \text{ सेमी}$$

समलंब $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$= \frac{1}{2} (\text{समांतर भुजाओं का योग}) \times \text{ऊँचाई}$$

$$\therefore 400 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times (AB+CD) \times DE$$

$$\Rightarrow 400 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times (3x+x) \times 2x$$

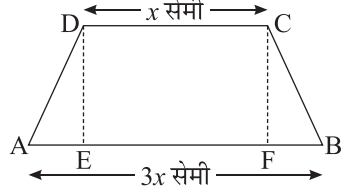
$$\Rightarrow 400 \text{ सेमी}^2 = \frac{1}{2} \times 4x \times 2x$$

$$\Rightarrow x^2 = \frac{400}{4} \text{ सेमी}^2 = 100 \text{ सेमी}^2$$

$$\Rightarrow x = \sqrt{100} \text{ सेमी} = 10 \text{ सेमी}$$

$\therefore CD = 10$ सेमी तथा $AB = 3 \times 10$ सेमी = 30 सेमी

अतः समांतर भुजाओं की लम्बाइयाँ क्रमशः 30 सेमी तथा 10 सेमी हैं।



अभ्यास 13.2

1. माना $ABCD$ चतुर्भुजाकार खेत है जिसमें AC विकर्ण तथा DE व BF सम्मुख शीर्षों से विकर्ण पर गिराए गए लंब हैं।

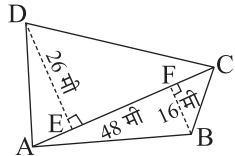
अब, $AC = 48$ मी, $DE = 26$ मी तथा $BF = 16$ मी

खेत $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$= \Delta ACD \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta ABC \text{ का क्षेत्रफल}$$

$$= \frac{1}{2} \times AC \times DE + \frac{1}{2} \times AC \times BF$$

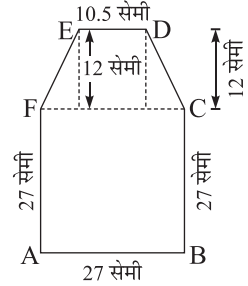
$$= \frac{1}{2} \times AC \times (DE + BF)$$



$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times 48 \times (26+16) \text{ मी}^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 48 \times 42 \text{ मी}^2 = 1008 \text{ मी}^2
 \end{aligned}$$

2. (क) बहुभुज $ABCDEF$ का क्षेत्रफल
 = समलंब $EFCD$ का क्षेत्रफल + वर्ग $ABCF$ का क्षेत्रफल

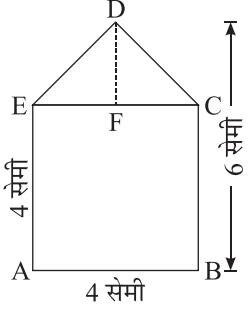
$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times (27+10.5) \times 12 \text{ सेमी}^2 + 27 \times 27 \text{ सेमी}^2 \\
 &= \frac{1}{2} \times 37.5 \times 12 \text{ सेमी}^2 + 729 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 225 \text{ सेमी}^2 + 729 \text{ सेमी}^2 = 954 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$



- (ख) $\triangle ECD$ की ऊँचाई = $(6-4)$ सेमी
 = 2 सेमी

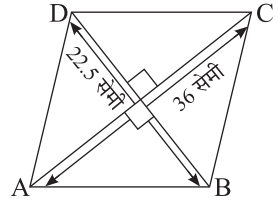
बहुभुज $ABCDE$ का क्षेत्रफल
 = $\triangle ECD$ का क्षेत्रफल + वर्ग $ABCE$ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times 4 \times 2 \text{ सेमी}^2 + 4 \times 4 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 4 \text{ सेमी}^2 + 16 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 20 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$



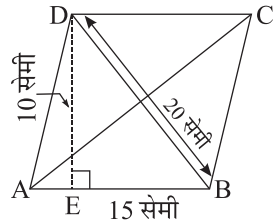
3. समचतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times AC \times BD \\
 &= \frac{1}{2} \times 36 \times 22.5 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 405 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$



4. $\triangle ABD$ का क्षेत्रफल = $\frac{1}{2} \times AB \times DE$
- $$\begin{aligned}
 &= \frac{1}{2} \times 15 \times 10 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 75 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

\therefore समचतुर्भुज $ABCD$ का क्षेत्रफल
 = $2 \times \triangle ABD$ का क्षेत्रफल
 = $2 \times 75 \text{ सेमी}^2$
 = 150 सेमी^2



हम जानते हैं कि समचतुर्भुज का क्षेत्रफल इसके विकर्णों के गुणनफल का आधा होता है।

$$\therefore \frac{1}{2} \times DB \times AC = 150 \text{ सेमी}^2$$

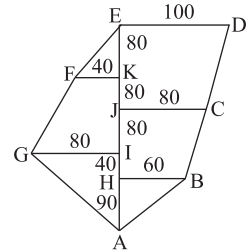
$$\Rightarrow \frac{1}{2} \times 20 \times AC = 150 \text{ सेमी}^2$$

$$\Rightarrow AC = \frac{150 \times 2}{20} \text{ सेमी} = 15 \text{ सेमी}$$

अतः समचतुर्भुज का क्षेत्रफल 150 सेमी² तथा दूसरे विकर्ण की लंबाई 15 सेमी है।

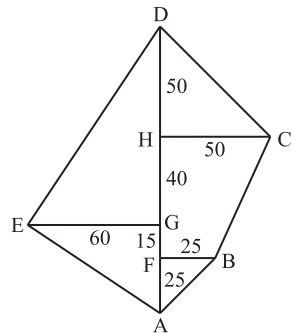
5. खेत का क्षेत्रफल = ΔABH का क्षेत्रफल + चतुर्भुज $HBCJ$ का क्षेत्रफल + चतुर्भुज $JCDE$ का क्षेत्रफल + ΔEFK का क्षेत्रफल + चतुर्भुज $FKIG$ का क्षेत्रफल + ΔAIG का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned} &= \frac{1}{2} \times 60 \times 90 \text{ मी}^2 + \frac{1}{2} \times (80+60) \times (80+40) \text{ मी}^2 \\ &+ \frac{1}{2} \times (80+100) \times (80+80) \text{ मी}^2 + \frac{1}{2} \times 40 \times 80 \text{ मी}^2 \\ &+ \frac{1}{2} \times (40+80) \times (80+80) \text{ मी}^2 + \frac{1}{2} \times 80 \times (90+40) \text{ मी}^2 \\ &= \frac{1}{2} \times 60 \times 90 \text{ मी}^2 + \frac{1}{2} \times 140 \times 120 \text{ मी}^2 + \frac{1}{2} \times 180 \times 160 \text{ मी}^2 + \frac{1}{2} \times 40 \times 80 \text{ मी}^2 \\ &+ \frac{1}{2} \times 120 \times 160 \text{ मी}^2 + \frac{1}{2} \times 80 \times 130 \text{ मी}^2 \\ &= 2700 \text{ मी}^2 + 8400 \text{ मी}^2 + 14400 \text{ मी}^2 + 1600 \text{ मी}^2 + 9600 \text{ मी}^2 + 5200 \text{ मी}^2 \\ &= 41900 \text{ मी}^2 \end{aligned}$$



6. (क) $AF = 25$ मी

$$\begin{aligned} AG - AF &= FG \\ 40 - 25 &= 15 \text{ मी,} \\ FG &= 15 \text{ मी} \\ AH - AG &= GH \\ 80 - 40 &= 40 \text{ मी,} \\ GH &= 40 \text{ मी} \\ AD - AH &= HD \\ 130 - 80 &= 50, \\ HD &= 50 \text{ मी} \end{aligned}$$



$$\begin{aligned} \text{खेत का क्षेत्रफल} &= \Delta AFB \text{ का क्षेत्रफल} + \text{चतुर्भुज } FBCH \text{ का क्षेत्रफल} \\ &+ \Delta CHD \text{ का क्षेत्रफल} + \Delta DGE \text{ का क्षेत्रफल} \\ &+ \Delta AGE \text{ का क्षेत्रफल} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{1}{2} \times 25 \times 25 + \frac{1}{2} \times (25 + 50) \times (15 + 40) + \frac{1}{2} \times 50 \times 50 \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \times 60 \times (50 + 40) + \frac{1}{2} \times 60 \times (15 + 25) \right] \text{मी}^2 \\
&= \left[\frac{1}{2} \times 625 + \frac{1}{2} \times 75 \times 55 + \frac{1}{2} \times 2500 + \frac{1}{2} \times 60 \times 90 + \frac{1}{2} \times 60 \times 40 \right] \text{मी}^2 \\
&= [312.50 + 2062.50 + 1250 + 2700 + 1200] \text{मी}^2 \\
&= 7525 \text{मी}^2
\end{aligned}$$

(ख) $AH = 25$ मी

$$AI - AH = HI$$

$$80 - 60 = 20 \text{ मी,}$$

$$HI = 20 \text{ मी}$$

$$AJ - AI = IJ$$

$$120 - 80 = 40 \text{ मी,}$$

$$IJ = 40 \text{ मी}$$

$$AK - AJ = JK$$

$$160 - 120 = 40 \text{ मी,}$$

$$JK = 40 \text{ मी}$$

$$AE - AK = KE$$

$$200 - 160 = 40 \text{ मी, } KE = 40 \text{ मी}$$

खेत का क्षेत्रफल = ΔAHB का क्षेत्रफल

+ चतुर्भुज $HBCJ$ का क्षेत्रफल

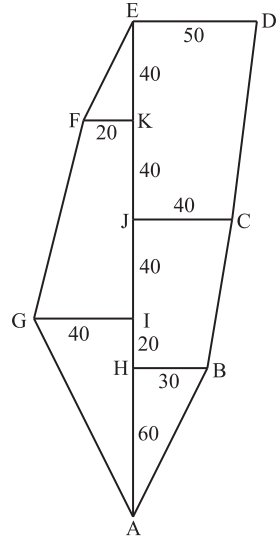
+ चतुर्भुज $JCDE$ का क्षेत्रफल + ΔEKF का क्षेत्रफल

+ चतुर्भुज $FKIG$ का क्षेत्रफल + ΔGIA का क्षेत्रफल

$$\begin{aligned}
&= \left[\frac{1}{2} \times 30 \times 60 + \frac{1}{2} \times (30 + 40) \times (20 + 40) + \frac{1}{2} \times (40 + 50) \times (40 + 40) \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \times 20 \times 40 + \frac{1}{2} \times (20 + 40) \times (40 + 40) + \frac{1}{2} \times 40 \times (20 + 60) \right] \text{मी}^2 \\
&= \left[\frac{1}{2} \times 1800 + \frac{1}{2} \times 70 \times 60 + \frac{1}{2} \times 90 \times 80 + \frac{1}{2} \times 800 + \frac{1}{2} \times 60 \times 80 \right. \\
&\quad \left. + \frac{1}{2} \times 40 \times 80 \right] \text{मी}^2
\end{aligned}$$

$$= [900 + 2100 + 3600 + 400 + 2400 + 1600] \text{मी}^2$$

$$= 11000 \text{मी}^2$$



अभ्यास 13.3

1. (क) यहाँ $l = 10$ सेमी, $b = 5$ सेमी तथा $h = 4$ सेमी

$$\begin{aligned}\text{घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ} &= 2(lb + lh + bh) \\ &= 2(10 \times 5 + 10 \times 4 + 5 \times 4) \text{ सेमी}^2 \\ &= 2(50 + 40 + 20) \text{ सेमी}^2 \\ &= 2 \times 110 \text{ सेमी}^2 \\ &= 220 \text{ सेमी}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{घनाभ का पार्श्व पृष्ठ} &= 2h(l + b) \\ &= 2 \times 4(10 + 5) \text{ सेमी}^2 = 2 \times 4 \times 15 \text{ सेमी}^2 \\ &= 120 \text{ सेमी}^2\end{aligned}$$

(ख) यहाँ $l = 5$ मी, $b = 4$ मी तथा $h = 2.5$ मी

$$\begin{aligned}\text{घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ} &= 2(lb + lh + bh) \\ &= 2(5 \times 4 + 5 \times 2.5 + 4 \times 2.5) \text{ मी}^2 \\ &= 2(20 + 12.5 + 10) \text{ मी}^2 \\ &= 2 \times 42.5 \text{ मी}^2 \\ &= 85 \text{ मी}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{घनाभ का पार्श्व पृष्ठ} &= 2h(l + b) \\ &= 2 \times 2.5(5 + 4) \text{ मी}^2 \\ &= 2 \times 2.5 \times 9 \text{ मी}^2 \\ &= 45 \text{ मी}^2\end{aligned}$$

(ग) यहाँ $l = 2$ मी = 200 सेमी, $b = 60$ सेमी तथा $h = 40$ सेमी

$$\begin{aligned}\text{घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ} &= 2(lb + lh + bh) \\ &= 2(200 \times 60 + 200 \times 40 + 60 \times 40) \text{ सेमी}^2 \\ &= 2(12000 + 8000 + 2400) \text{ सेमी}^2 \\ &= 44800 \text{ सेमी}^2 \\ &= 4.48 \text{ मी}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{घनाभ का पार्श्व पृष्ठ} &= 2h(l + b) \\ &= 2 \times 40(200 + 60) \text{ सेमी}^2 \\ &= 2 \times 40 \times 260 \text{ सेमी}^2 \\ &= 20800 \text{ सेमी}^2 = 2.08 \text{ मी}^2\end{aligned}$$

(घ) यहाँ $l = 80$ सेमी, $b = 40$ सेमी तथा $h = 30$ सेमी

$$\begin{aligned}\text{घनाभ का सम्पूर्ण पृष्ठ} &= 2(lb + lh + bh) \\ &= 2(80 \times 40 + 80 \times 30 + 40 \times 30) \text{ सेमी}^2 \\ &= 2(3200 + 2400 + 1200) \text{ सेमी}^2 \\ &= 2 \times 6800 \text{ सेमी}^2 \\ &= 13600 \text{ सेमी}^2\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{घनाभ का पार्श्व पृष्ठ} &= 2h(l+b) \\
 &= 2 \times 30(80+40) \text{ सेमी}^2 \\
 &= 2 \times 30 \times 120 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 7200 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

2. बॉक्स की लंबाई = 12 सेमी, बॉक्स की चौड़ाई = 2 सेमी
बॉक्स की ऊँचाई = 5 सेमी

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{आयताकार बॉक्स का संपूर्ण पृष्ठ} &= 2(lb+bh+lh) \\
 &= 2(12 \times 2 + 12 \times 5 + 2 \times 5) \text{ सेमी}^2 \\
 &= 2(24 + 60 + 10) \text{ सेमी}^2 \\
 &= 2 \times 94 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 188 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

अतः आयताकार बॉक्स के लिए 188 सेमी² दफती की आवश्यकता होगी।

3. यहाँ $l = 3$ मी, $b = 2$ मी तथा $h = 1.5$ मी

$$\begin{aligned}
 \text{टंकी की बाहरी सतह का संपूर्ण पृष्ठ} &= 2(lb+lh+bh) \\
 &= 2(3 \times 2 + 3 \times 1.5 + 2 \times 1.5) \text{ मी}^2 \\
 &= 2(6 + 4.5 + 3.0) \text{ मी}^2 \\
 &= 2 \times 13.5 \text{ मी}^2 = 27 \text{ मी}^2
 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{टंकी की पेंटिंग की लागत} = ₹ (27 \times 20) = ₹ 540$$

4. माना घन की भुजा a सेमी है।

$$\begin{aligned}
 \text{घन का संपूर्ण पृष्ठ} &= 6a^2 \\
 \therefore &6a^2 = 600 \text{ सेमी}^2 \\
 \Rightarrow &a^2 = 100 \text{ सेमी}^2 \\
 \Rightarrow &a = 10 \text{ सेमी}
 \end{aligned}$$

अतः घन की भुजा = 10 सेमी

5. घन की कोर = 80 सेमी

$$\begin{aligned}
 \text{घन का संपूर्ण पृष्ठ} &= 6(\text{कोर})^2 = 6 \times (80 \text{ सेमी})^2 \\
 &= 6 \times 6400 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 38400 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{पार्श्व पृष्ठ} &= 2h(l+b) \\
 &= 2 \times 80 \times (80+80) \text{ सेमी}^2 \\
 &= 2 \times 80 \times 160 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 25600 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

6. टंकी की लंबाई = 25 मी, टंकी की चौड़ाई = 20 मी, टंकी की ऊँचाई = 10 मी

$$\begin{aligned}
 \text{टंकी की बाहरी सतह का सम्पूर्ण पृष्ठ} &= 2(lb+lh+bh) \\
 &= 2(25 \times 20 + 25 \times 10 + 20 \times 10) \text{ मी}^2 \\
 &= 2(500 \times 250 + 200) \text{ मी}^2
 \end{aligned}$$

$$= 2 \times 950 \text{ मी}^2$$

$$= 1900 \text{ मी}^2$$

∴ टंकी की बाहरी भाग की पेंटिंग की लागत = ₹ (1900 × 3) = ₹ 5700

7. स्विमिंग पूल की अंदर की सतह का क्षेत्रफल

$$= lb + 2(lh + bh)$$

$$= 30 \times 20 \text{ मी}^2 + 2(30 \times 1.5 + 20 \times 1.5) \text{ मी}^2$$

$$= 600 \text{ मी}^2 + 150 \text{ मी}^2$$

$$= 750 \text{ मी}^2$$

टाइल का क्षेत्रफल = (50 × 50) सेमी²

$$= 2500 \text{ सेमी}^2$$

$$= \frac{2500}{100 \times 100} \text{ मी}^2$$

$$= 0.25 \text{ मी}^2$$

∴ वाँछित टाइलों की संख्या = $\frac{750 \text{ मी}^2}{0.25} = 3000$

8. कमरे की लंबाई = 30 मी, कमरे की चौड़ाई = 20 मी, कमरे की ऊँचाई = 6 मी

कमरे के अंदर का संपूर्ण पृष्ठ = $2(lb + lh + bh)$

$$= 2(30 \times 20 + 30 \times 6 + 20 \times 6) \text{ मी}^2$$

$$= 2(600 + 180 + 120) \text{ मी}^2$$

$$= 2 \times 900 \text{ मी}^2$$

$$= 1800 \text{ मी}^2$$

कमरे के फर्श का क्षेत्रफल = $l \times b$

$$= 30 \times 20 \text{ मी}^2$$

$$= 600 \text{ मी}^2$$

(क) पुताई वाले पृष्ठ का क्षेत्रफल = संपूर्ण पृष्ठ - फर्श का क्षेत्रफल

$$= 1800 \text{ मी}^2 - 600 \text{ मी}^2$$

$$= 1200 \text{ मी}^2$$

∴ कमरे की पुताई की लागत = ₹ (1200 × 6.5) = ₹ 7800

(ख) टाइलों की संख्या = $\frac{\text{फर्श का क्षेत्रफल}}{1 \text{ टाइल का क्षेत्रफल}}$

$$= \frac{600 \times 100 \times 100}{60 \times 50}$$

$$= 2000$$

(ग) फर्श में टाइल लगाने की लागत = ₹ (600 × 9)

$$= ₹ 5400$$

अभ्यास 13.4

- पथ का आयतन $= l \times b \times h$

$$= 125 \text{ मी} \times \frac{60}{100} \text{ मी} \times \frac{10}{100} \text{ मी}$$

$$= 7.5 \text{ मी}^3$$

अतः पथ को बनाने के लिए 7.5 मी^3 कंक्रीट की आवश्यकता होगी।
- माना घन की भुजा a मी है।

घन का संपूर्ण पृष्ठ $= 96 \text{ मी}^2$

$$\therefore 6a^2 = 96 \text{ मी}^2$$

$$\Rightarrow a^2 = \frac{96}{6} \text{ मी}^2 = 16 \text{ मी}^2$$

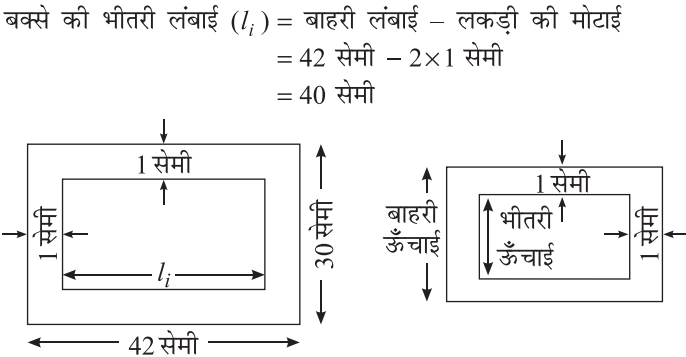
$$\Rightarrow a = 4 \text{ मी}$$

घन का आयतन $= a^3 = 4^3 \text{ मी}^3$

$$= 64 \text{ मी}^3$$
- कमरे की ऊँचाई $= \frac{\text{कमरे का आयतन}}{\text{फर्श का क्षेत्रफल}}$

$$= \frac{270 \text{ मी}^3}{67.5 \text{ मी}^2}$$

$$= 4 \text{ मी}$$
- लकड़ी का आयतन ज्ञात करने के लिए हमें बक्से की भीतरी विमाओं को ज्ञान करना पड़ेगा।



बक्से की भीतरी लंबाई (b_i) = बाहरी चौड़ाई - लकड़ी की मोटाई

$$= 30 \text{ सेमी} - 2 \times 1 \text{ सेमी} = 28 \text{ सेमी}$$

बक्से की भीतरी ऊँचाई (h_i) = बाहरी ऊँचाई - लकड़ी की मोटाई

$$= 20 \text{ सेमी} - 2 \times 1 \text{ सेमी}$$

$$= 18 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned}\text{बक्से का भीतरी आयतन} &= l_i \times b_i \times h_i \\ &= 40 \text{ सेमी} \times 28 \text{ सेमी} \times 18 \text{ सेमी} \\ &= 20160 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{लकड़ी सहित बक्से का आयतन} &= l \times b \times h \\ &= 42 \text{ सेमी} \times 30 \text{ सेमी} \times 20 \text{ सेमी} \\ &= 25200 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{लकड़ी का आयतन} &= \text{लकड़ी सहित बक्से का आयतन} - \text{बक्से का भीतरी आयतन} \\ &= 25200 \text{ सेमी}^3 - 20160 \text{ सेमी}^3 \\ &= 5040 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}5. \quad \text{बॉक्स का आयतन} &= l \times b \times h \\ &= 100 \text{ सेमी} \times 60 \text{ सेमी} \times 40 \text{ सेमी} \\ &= 240000 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{छोटे आयताकार पैकेट का आयतन} &= 5 \text{ सेमी} \times 8 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} \\ &= 400 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{बॉक्स में पैक किए गए छोटे पैकेटों की संख्या} &= \frac{\text{बॉक्स का आयतन}}{\text{छोटे पैकेट का आयतन}} \\ &= \frac{240000 \text{ सेमी}^3}{400 \text{ सेमी}^3} \\ &= 600 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}6. \quad \text{माचिस के बक्से का आयतन} &= 4 \text{ सेमी} \times 2.5 \text{ सेमी} \times 1.5 \text{ सेमी} \\ &= 15 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\therefore \text{पैकेट का आयतन} &= (15 \times 6) \text{ सेमी}^3 \\ &= 90 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{दफती के बक्से का आयतन} &= 60 \text{ सेमी} \times 30 \text{ सेमी} \times 20 \text{ सेमी} \\ &= 36000 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\text{अतः वाँछित पैकेटों की संख्या} = \frac{36000 \text{ सेमी}^3}{90 \text{ सेमी}^3} = 400$$

$$\begin{aligned}7. \quad \text{दीवार का आयतन} &= 800 \text{ सेमी} \times 600 \text{ सेमी} \times 22.5 \text{ सेमी} \\ &= 10800000 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{ईंट का आयतन} &= 25 \text{ सेमी} \times 11.25 \text{ सेमी} \times 6 \text{ सेमी} \\ &= 1687.5 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{वाँछित ईंटों की संख्या} &= \frac{\text{दीवार का आयतन}}{\text{ईंट का आयतन}} \\ &= \frac{10800000 \text{ सेमी}^3}{1687.5 \text{ सेमी}^3} = 6400\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 8. \text{ लकड़ी के गुटके का आयतन} &= l \times b \times h \\
 &= 200 \text{ सेमी} \times 80 \text{ सेमी} \times 40 \text{ सेमी} \\
 &= 640000 \text{ सेमी}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{घनाकार गुटके का आयतन} &= a^3 = (20 \text{ सेमी})^3 \\
 &= 8000 \text{ सेमी}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \therefore \text{ घनाकार गुटकों की संख्या} &= \frac{\text{लकड़ी के गुटके का आयतन}}{\text{घनाकार गुटके का आयतन}} \\
 &= \frac{640000 \text{ सेमी}^3}{8000 \text{ सेमी}^3} = 80
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 9. \quad \text{बड़े घनाभ का आयतन} &= 12 \text{ सेमी} \times 9 \text{ सेमी} \times 6 \text{ सेमी} \\
 &= 648 \text{ सेमी}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{छोटे घनाभ का आयतन} &= 4 \text{ सेमी} \times 3 \text{ सेमी} \times 2 \text{ सेमी} \\
 &= 24 \text{ सेमी}^3
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \text{वाँछित घनाभों की संख्या} &= \frac{\text{बड़े घनाभ का आयतन}}{\text{छोटे घनाभ का आयतन}} \\
 &= \frac{648 \text{ सेमी}^3}{24 \text{ सेमी}^3} = 27
 \end{aligned}$$

$$10. \quad 3 \text{ सेमी भुजा वाले घन का आयतन} = (3 \text{ सेमी})^3 = 27 \text{ सेमी}^3$$

$$0.5 \text{ सेमी भुजा वाले घन का आयतन} = (0.5 \text{ सेमी})^3 = 0.125 \text{ सेमी}^3$$

$$\text{वाँछित घनों की संख्या} = \frac{27 \text{ सेमी}^3}{0.125 \text{ सेमी}^3} = 216$$

$$11. \quad \text{आयताकार जलाशय का आयतन} = 42000 \text{ ली}$$

$$\Rightarrow l \times b \times h = \frac{42000}{1000} \text{ मी}^3 \quad (\because 1000 \text{ ली} = 1 \text{ मी}^3)$$

$$\Rightarrow 6 \text{ मी} \times 3.5 \text{ मी} \times h = \frac{42000}{1000} \text{ मी}^3$$

$$\Rightarrow h = \frac{42000}{6 \times 3.5 \times 1000} \text{ मी} = 2 \text{ मी}$$

अतः जलाशय की गहराई 2 मी है।

$$12. \quad \text{माना घन की कोर } a \text{ है।}$$

$$\text{यदि घन की कोरों को आधा कर दिया जाए तो घन की नई कोर} = \frac{a}{2}$$

$$\text{अतः नये घन का आयतन} = \left(\frac{a}{2}\right)^3 = \frac{a^3}{8}$$

$$= \frac{1}{8} a^3$$

$$= \frac{1}{8} \text{ (पहले घन का आयतन)}$$

अतः नये घन का आयतन पहले घन के आयतन का $\frac{1}{8}$ हो जाएगा।

13. घनाभ का आयतन $= l \times b \times h$
 $= 25 \text{ डेमी} \times 15 \text{ डेमी} \times 8 \text{ डेमी}$
 $= 3000 \text{ डेमी}^3$
 घन का आयतन $= (16 \text{ डेमी})^3$
 $= 4096 \text{ डेमी}^3$
 \therefore दोनों के आयतनों में अंतर $= 4096 \text{ डेमी}^3 - 3000 \text{ डेमी}^3$
 $= 1096 \text{ डेमी}^3$

14. माना पहले घन तथा दूसरे घन की भुजाएँ क्रमशः a_1 व a_2 हैं।

तब, पहले घन का संपूर्ण पृष्ठ $= 6a_1^2$
 दूसरे घन का संपूर्ण पृष्ठ $= 6a_2^2$
 $\frac{\text{पहले घन का संपूर्ण पृष्ठ}}{\text{दूसरे घन का संपूर्ण पृष्ठ}} = \frac{1}{4}$
 $\frac{6a_1^2}{6a_2^2} = \frac{1}{4} \Rightarrow \frac{a_1}{a_2} = \frac{1}{2}$

दोनों पक्षों का घन करने पर,

$$\frac{a_1^3}{a_2^3} = \frac{1^3}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore \frac{\text{पहले घन का आयतन}}{\text{दूसरे घन का आयतन}} = \frac{1}{8}$$

$$\therefore \text{आयतनों का अनुपात} = 1 : 8$$

15. बॉक्स की भीतरी लंबाई (l_i) = बाहरी लंबाई - लकड़ी की मोटाई
 $= 42 \text{ सेमी} - 2 \times 1 \text{ सेमी}$
 $= 40 \text{ सेमी}$
 बॉक्स की भीतरी चौड़ाई (b_i) = बाहरी चौड़ाई - लकड़ी की मोटाई
 $= 30 \text{ सेमी} - 2 \times 1 \text{ सेमी} = 28 \text{ सेमी}$
 बॉक्स की भीतरी ऊँचाई (h_i) = बाहरी ऊँचाई - लकड़ी की मोटाई
 $= 27 \text{ सेमी} - 2 \times 1 \text{ सेमी}$
 $= 25 \text{ सेमी}$

$$\begin{aligned}
 \text{अतः बॉक्स की धारिता} &= l_i \times b_i \times h_i \\
 &= 40 \text{ सेमी} \times 28 \text{ सेमी} \times 25 \text{ सेमी} \\
 &= 28000 \text{ सेमी}^3
 \end{aligned}$$

अभ्यास 13.5

$$\begin{aligned}
 1. \quad \text{बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h = 69300 \text{ सेमी}^3 \\
 \text{बेलन की ऊँचाई} &= h = 5 \text{ सेमी} \\
 \therefore \quad \pi r^2 \times 5 &= 69300 \text{ सेमी}^3 \\
 \Rightarrow \quad r^2 &= \frac{69300 \times 7}{22 \times 5} \text{ सेमी}^2 = 4410 \text{ सेमी}^2 \\
 \Rightarrow \quad r &= 66.41 \text{ सेमी} \\
 \text{बेलन का वक्रपृष्ठ} &= 2\pi r h \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times 66.41 \times 5 \text{ सेमी}^2 \\
 &= 2087.17 \text{ सेमी}^2
 \end{aligned}$$

2. माना बेलनाकार पोल के आधार की त्रिज्या r तथा ऊँचाई h है।

$$\frac{\text{बेलनाकार पोल का वक्रपृष्ठ}}{\text{बेलनाकार पोल का आयतन}} = \frac{264 \text{ मी}^2}{924 \text{ मी}^3}$$

$$\therefore \quad \frac{2\pi r h}{\pi r^2 h} = \frac{264}{924} \text{ मी}$$

$$\Rightarrow \quad \frac{2}{r} = \frac{264}{924} \text{ मी}$$

$$\Rightarrow \quad r = \frac{2 \times 924}{264} \text{ मी} = 7 \text{ मी}$$

$$\text{अब,} \quad 2\pi r h = 264 \text{ मी}^2$$

$$\Rightarrow \quad 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times h = 264 \text{ मी}$$

$$\Rightarrow \quad h = \frac{264 \times 7}{2 \times 22 \times 7} \text{ मी} = 6 \text{ मी}$$

अतः बेलनाकार पोल की ऊँचाई 6 मी है।

$$3. \quad \text{बेलन की ऊँचाई } (h) = 4 \text{ सेमी} = \frac{4}{100} \text{ मी} = \frac{1}{25} \text{ मी}$$

$$\text{बेलन का वक्रपृष्ठ} = 176 \text{ मी}^2$$

$$\therefore \quad 2\pi r h = 176 \text{ मी}^2$$

$$\Rightarrow 2 \times \frac{22}{7} \times r \times \frac{1}{25} \text{ मी} = 176 \text{ मी}^2$$

$$\Rightarrow r = \frac{176 \times 7 \times 25}{2 \times 22 \times 1} \text{ मी}$$

$$\Rightarrow r = 700 \text{ मी}$$

$$\begin{aligned} \text{बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times (700)^2 \times \frac{1}{25} \text{ मी}^3 \\ &= 61600 \text{ मी}^3 \end{aligned}$$

4. बेलन की त्रिज्या (r) = 7 सेमी

बेलन की ऊँचाई (h) = 10 सेमी

$$\begin{aligned} \text{बेलन का वक्रपृष्ठ} &= 2\pi r h = 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \text{ सेमी} \times 10 \text{ सेमी} \\ &= 440 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{बेलन का संपूर्ण पृष्ठ} &= 2\pi r(r+h) \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7(7+10) \text{ सेमी}^2 \\ &= 2 \times \frac{22}{7} \times 7 \times 17 \text{ सेमी}^2 \\ &= 748 \text{ सेमी}^2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \text{बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 10 \text{ सेमी}^3 \\ &= 1540 \text{ सेमी}^3 \end{aligned}$$

5. माना बेलन के आधार की त्रिज्या r है।

$$\therefore 2\pi r = 12 \text{ मी}$$

$$\Rightarrow r = \frac{12}{2\pi} \text{ मी} = \frac{12 \times 7}{2 \times 22} \text{ मी} = 1.91 \text{ मी}$$

$$\begin{aligned} \text{बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times (1.91)^2 \times 77 \text{ मी}^3 = 882.84 \text{ मी}^3 \end{aligned}$$

6. बेलनाकार टंकी का व्यास = 7 मी

$$\text{बेलनाकार टंकी की त्रिज्या } (r) = \frac{7}{2} \text{ मी}$$

$$\text{बेलनाकार टंकी का संपूर्ण पृष्ठ} = 2\pi r(r+h)$$

$$\begin{aligned}
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \left(\frac{7}{2} + 9 \right) \text{ मी}^2 \\
 &= 2 \times \frac{22}{7} \times \frac{7}{2} \times \frac{25}{2} \text{ मी}^2 \\
 &= 275 \text{ मी}^2
 \end{aligned}$$

अतः टंकी की भीतर से पूरी पेंटिंग का खर्च = ₹ (275 × 35)
= ₹ 9625

7. रोलर का व्यास = 112 सेमी
 रोलर की त्रिज्या (r) = $\frac{112}{2}$ सेमी = 56 सेमी
 रोलर की लंबाई (h) = 150 सेमी
 बेलन का वक्रपृष्ठ = $2\pi rh$
 $= 2 \times \frac{22}{7} \times 56 \times 150 \text{ सेमी}^2$
 $= 52800 \text{ सेमी}^2$

अब बेलन द्वारा 1 चक्कर में तय क्षेत्रफल = 52800 सेमी^2
 \therefore बेलन द्वारा 500 चक्कर में तय क्षेत्रफल = $52800 \times 500 \text{ सेमी}^2$
 $= 26400000 \text{ सेमी}^2$
 $= \frac{26400000}{100 \times 100} \text{ मी}^2$
 $= 2640 \text{ मी}^2$

8. माना बेलन के आधार की त्रिज्या r तथा ऊँचाई h है।

\therefore $r + h = 37 \text{ मी}$
 बेलन का संपूर्ण पृष्ठ = $2\pi r(r + h) = 1628 \text{ मी}^2$
 \therefore $2 \times \frac{22}{7} \times r \times (37) = 1628 \text{ मी}^2$
 \Rightarrow $r = \frac{1628 \times 7}{2 \times 22 \times 37} \text{ मी} = 7 \text{ मी}$

अब, $h = (37 - r) \text{ मी}$
 $= (37 - 7) \text{ मी} = 30 \text{ मी}$

बेलन का आयतन = $\pi r^2 h = \frac{22}{7} \times 7 \times 7 \times 30 \text{ मी}^3 = 4620 \text{ मी}^3$

9. धात्विक पाइप का बाहरी व्यास = 8 सेमी
 धात्विक पाइप की बाहरी त्रिज्या (r_1) = $\frac{8}{2}$ सेमी = 4 सेमी
 धात्विक पाइप का भीतरी व्यास = 6 सेमी

धात्विक पाइप की भीतरी त्रिज्या (r_2) = $\frac{6}{2}$ सेमी = 3 सेमी

$$\begin{aligned}\therefore \text{ धातु का आयतन} &= \pi r_1^2 h - \pi r_2^2 h \\ &= \pi h (r_1^2 - r_2^2) \\ &= \frac{22}{7} \times 2.1 \times (4^2 - 3^2) \text{ सेमी}^3 \\ &= \frac{22}{7} \times 2.1 \times 7 \text{ सेमी}^3 \\ &= 46.20 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

अतः धातु का आयतन 46.20 सेमी³ है।

10. माना बेलन के आधार की त्रिज्या r है।

$$\begin{aligned}\therefore 2\pi r &= 44 \text{ सेमी} \\ \Rightarrow r &= \frac{44 \times 7}{22 \times 2} \text{ सेमी} = 7 \text{ सेमी}\end{aligned}$$

अब, बेलन की ऊँचाई (h) = 18 मी = 1800 सेमी

$$\begin{aligned}\therefore \text{ बेलन का आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 1800 \text{ सेमी}^3 \\ &= 277200 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

11. माना पहले बेलन की त्रिज्या $2x$ तथा ऊँचाई $5y$ तथा दूसरे बेलन की त्रिज्या $3x$ तथा ऊँचाई $4y$ हैं।

$$\begin{aligned}\therefore \text{ पहले बेलन का आयतन } (V_1) &= \pi r^2 h = \pi \times (2x)^2 \times 5y \\ \therefore \text{ दूसरे बेलन का आयतन } (V_2) &= \pi r^2 h = \pi \times (3x)^2 \times 4y \\ \therefore \frac{V_1}{V_2} &= \frac{\pi \times (2x)^2 \times 5y}{\pi \times (3x)^2 \times 4y} = \frac{5}{9}\end{aligned}$$

अतः दोनों बेलनों के आयतनों का अनुपात 5 : 9 है।

12. कुएँ का व्यास = 4 मी

$$\text{कुएँ की त्रिज्या} = \frac{4}{2} \text{ मी} = 2 \text{ मी}$$

बाहर निकाली गई मिट्टी की मात्रा = कुएँ का आयतन

$$\begin{aligned}&= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 2 \times 2 \times 10 \text{ मी}^3 = 125.7 \text{ मी}^3\end{aligned}$$

कुएँ का भीतरी वक्रपृष्ठ = $2\pi r h$

$$\begin{aligned}&= 2 \times \frac{22}{7} \times 2 \times 10 \text{ मी}^2 \\ &= 125.7 \text{ मी}^3\end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \therefore \text{भीतरी वक्रपृष्ठ के प्लास्टर की कीमत} &= ₹ (125.7 \times 35) \\ &= ₹ 4400 \end{aligned}$$

13. पहले बेलन की ऊँचाई $(h_1) = 49$ सेमी
दूसरे बेलन की ऊँचाई $(h_2) = 35$ सेमी
पहले बेलन की त्रिज्या $(r_1) = \frac{16}{2}$ सेमी = 8 सेमी
दूसरे बेलन की त्रिज्या $(r_2) = \frac{14}{2}$ सेमी = 7 सेमी

माना नए बेलन के आधार की त्रिज्या r तथा ऊँचाई h है।

प्रश्नानुसार,

पहले बेलन का आयतन + दूसरे बेलन का आयतन = नए बेलन का आयतन

$$\pi r_1^2 h_1 + \pi r_2^2 h_2 = \pi r^2 h$$

$$\Rightarrow \frac{22}{7} \times (8)^2 \times 49 \text{ सेमी}^3 + \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 35 \text{ सेमी}^3 = \frac{22}{7} \times r^2 \times 99 \text{ सेमी}^3$$

$$\Rightarrow 3136 \text{ सेमी}^3 + 1715 \text{ सेमी}^3 = 99r^2 \text{ सेमी}^3$$

$$\Rightarrow 99r^2 \text{ सेमी}^3 = 4851 \text{ सेमी}^3$$

$$\Rightarrow r^2 = \frac{4851}{99} \text{ सेमी}^2 = 49 \text{ सेमी}^2$$

$$\Rightarrow r = 7 \text{ सेमी}$$

अतः बेलन के आधार का व्यास = $2r = 2 \times 7$ सेमी = 14 सेमी

14. धात्विक पाइप का बाहरी व्यास = 14 सेमी
धात्विक पाइप की बाहरी त्रिज्या $(r_1) = \frac{14}{2}$ सेमी = 7 सेमी

धात्विक पाइप की भीतरी त्रिज्या $(r_2) =$ बाहरी त्रिज्या - पाइप की मोटाई
= 7 सेमी - 1 सेमी
= 6 सेमी

$$\begin{aligned} \text{पाइप की धातु का आयतन} &= \pi r_1^2 h - \pi r_2^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times (7)^2 \times 500 \text{सेमी}^3 - \frac{22}{7} \times (6)^2 \times 500 \text{सेमी}^3 \\ &= \frac{22}{7} \times 500 \times (7^2 - 6^2) \text{सेमी}^3 \\ &= \frac{22}{7} \times 500 \times 13 \text{सेमी}^3 \\ &= 20428.57 \text{सेमी}^3 \end{aligned}$$

$$\therefore 1 \text{ सेमी}^3 \text{ धातु का भार} = 7 \text{ ग्राम} = \frac{7}{1000} \text{ किग्रा}$$

$$\begin{aligned} \therefore 20428.57 \text{ सेमी}^3 \text{ धातु का भार} &= \frac{7}{1000} \times 20428.57 \text{ किग्रा} \\ &= 142.99 \text{ किग्रा} \\ &= 143 \text{ किग्रा (लगभग)} \end{aligned}$$

अतः धात्विक पाइप का भार 143 किग्रा है।

15. कुएँ का व्यास = 3.5 मी
 कुएँ की त्रिज्या = $\frac{3.5}{2}$ मी = 1.75 मी

$$\begin{aligned} \text{निकाली गई मिट्टी की मात्रा} &= \text{कुएँ का आयतन} \\ &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times (1.75)^2 \times 12 \text{ मी}^3 = 115.5 \text{ मी}^3 \end{aligned}$$

माना प्लेटफार्म की ऊँचाई H है।

अब, प्लेटफार्म का आयतन = कुएँ से निकाली गई मिट्टी की मात्रा

$$10.5 \times 8.8 \times H = 115.5 \text{ मी}^3$$

$$\Rightarrow H = \frac{115.5}{10.5 \times 8.8} \text{ मी} = 1.25 \text{ मी}$$

अतः प्लेटफार्म की ऊँचाई 1.25 मी है।

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (द) 2. (अ) 3. (स) 4. (ब) 5. (अ)

बौद्धिक गणित

- घनाभ का आयतन = $l \times b \times h$ घन इकाई
 घनाभ के आधार का क्षेत्रफल = $l \times b = 30$ सेमी²
 घनाभ की ऊँचाई = $h = 3$ सेमी
 घनाभ का आयतन = (30×3) सेमी³ = 90 सेमी³
- माना घन का वास्तविक किनारा = l सेमी
 तब, नया किनारा = $2l$ सेमी
 घन का वास्तविक आयतन = l^3 सेमी³
 घन का नया आयतन = $(2l)^3$ सेमी³ = $8l^3$ सेमी³
 = $8 \times$ घन का वास्तविक आयतन
 अतः घन का आयतन 8 गुना बढ़ जाएगा।

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. टैंक की धारिता = 120 किलोलीटर = 120 मी³

$$\begin{aligned}\text{टैंक की गहराई} &= \frac{\text{टैंक की धारिता (आयतन)}}{\text{लंबाई} \times \text{चौड़ाई}} \\ &= \frac{120 \text{ मी}^3}{(6 \times 5) \text{ मी}^2} \\ &= \frac{120}{30} = 4 \text{ मी}\end{aligned}$$

अतः टैंक की गहराई 4 मी है।

2. पाइप का बाहरी व्यास = 6 सेमी

$$\text{पाइप की बाहरी त्रिज्या} = \frac{6}{2} = 3 \text{ सेमी}$$

$$\text{पाइप की मोटाई} = 0.5 \text{ सेमी}$$

$$\text{पाइप की आंतरिक त्रिज्या} = 3 - 0.5 = 2.5 \text{ सेमी}$$

$$\text{पाइप की लंबाई} = 10 \text{ सेमी}$$

$$\begin{aligned}\text{पाइप का बाहरी आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 10 \text{ घन सेमी}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{पाइप का आंतरिक आयतन} &= \pi r^2 h \\ &= \frac{22}{7} \times 2.5 \times 2.5 \times 10 \text{ घन सेमी}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\text{धातु का आयतन} &= \text{बाहरी आयतन} - \text{आंतरिक आयतन} \\ &= \left(\frac{22}{7} \times 3 \times 3 \times 10 - \frac{22}{7} \times 2.5 \times 2.5 \times 10 \right) \text{ सेमी}^3 \\ &= \frac{22}{7} \times 10 (3 \times 3 - 2.5 \times 2.5) \text{ सेमी}^3 \\ &= \frac{22}{7} \times 10 (3^2 - 2.5^2) \text{ सेमी}^3 \\ &= \frac{22}{7} \times 10 \times 5.5 \times 0.5 \text{ सेमी}^3 \\ &= \frac{605}{7} = 86.43 \text{ सेमी}^3\end{aligned}$$

अतः बेलन में प्रयुक्त धातु का आयतन 86.43 सेमी³ है।

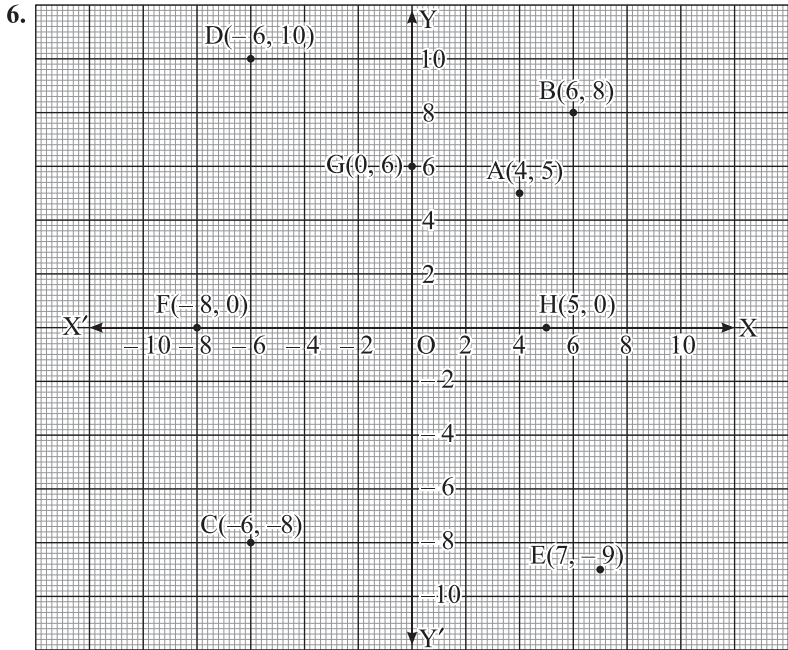


लेखाचित्रों का परिचय

अभ्यास 14

1. (क) 9 (ख) 0 (ग) - 4 (घ) - 9
2. (क) 0 (ख) 8 (ग) 7 (घ) - 6
3. (क) (4, 12)
 - ∴ x -निर्देशांक धनात्मक है तथा y -निर्देशांक भी धनात्मक है अर्थात् (+, +)।
 - ∴ (4, 12) प्रथम चतुर्थांश में स्थित है।
 - (ख) (- 6, 5)
 - ∴ x -निर्देशांक ऋणात्मक है तथा y -निर्देशांक धनात्मक है अर्थात् (-, +)।
 - ∴ (- 6, 5) द्वितीय चतुर्थांश में स्थित है।
 - (ग) (7, - 7)
 - ∴ x -निर्देशांक धनात्मक है तथा y -निर्देशांक ऋणात्मक है अर्थात् (+, -)।
 - ∴ (7, - 7) चतुर्थ चतुर्थांश में स्थित है।
 - (घ) (6, 8)
 - ∴ x -निर्देशांक धनात्मक है तथा y -निर्देशांक भी धनात्मक है अर्थात् (+, +)।
 - ∴ (6, 8) प्रथम चतुर्थांश में स्थित है।
 - (ङ) (- 9, - 10)
 - ∴ दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं अर्थात् (-, -)।
 - ∴ (- 9, - 10) तृतीय चतुर्थांश में स्थित है।
 - (च) (8, - 9)
 - ∴ x -निर्देशांक धनात्मक है तथा y -निर्देशांक ऋणात्मक है अर्थात् (+, -)।
 - ∴ (8, - 9) चतुर्थ चतुर्थांश में स्थित है।
 - (छ) (- 5, 12)
 - ∴ x -निर्देशांक ऋणात्मक है तथा y -निर्देशांक धनात्मक है अर्थात् (-, +)।
 - ∴ (- 5, 12) द्वितीय चतुर्थांश में स्थित है।
 - (ज) (- 2, - 3)
 - ∴ दोनों निर्देशांक ऋणात्मक हैं अर्थात् (-, -)।
 - ∴ (- 2, - 3) तृतीय चतुर्थांश में स्थित है।
4. यदि किसी बिंदु का y - निर्देशांक 0 होता है, तो वह बिंदु x -अक्ष पर स्थित होता है।
 - (क) (6, 0) x -अक्ष पर स्थित है।
 - (ख) (0, 5) का y -निर्देशांक शून्य नहीं है। अतः यह बिंदु x -अक्ष पर स्थित नहीं है।
 - (ग) (- 9, 0) x -अक्ष पर स्थित है।

- (घ) $(0, 8)$ का y -निर्देशांक शून्य नहीं है। अतः यह बिंदु x -अक्ष पर स्थित नहीं है।
 (ङ) $(2, 4)$ का y -निर्देशांक शून्य नहीं है। अतः यह बिंदु x -अक्ष पर स्थित नहीं है।
 (च) $(-4, -6)$ का y -निर्देशांक शून्य नहीं है। अतः यह बिंदु x -अक्ष पर स्थित नहीं है।
 (छ) $(10, 0)$ x -अक्ष पर स्थित है।
 (ज) $(-3, 5)$ का y -निर्देशांक शून्य नहीं है। अतः यह बिंदु x -अक्ष पर स्थित नहीं है।
5. यदि किसी बिंदु का x -निर्देशांक 0 होता है, तो वह बिंदु y -अक्ष पर स्थित होता है।
 (क) $(10, 0)$ का x -निर्देशांक 0 नहीं है। अतः यह बिंदु y -अक्ष पर स्थित नहीं है।
 (ख) $(0, -8)$ y -अक्ष पर स्थित है।
 (ग) $(4, -8)$ का x -निर्देशांक 0 नहीं है। अतः यह बिंदु y -अक्ष पर स्थित नहीं है।
 (घ) $(7, 0)$ का x -निर्देशांक 0 नहीं है। अतः यह बिंदु y -अक्ष पर स्थित नहीं है।
 (ङ) $(0, 15)$ y -अक्ष पर स्थित है।
 (च) $(7, 6)$ का x -निर्देशांक 0 नहीं है। अतः यह बिंदु y -अक्ष पर स्थित नहीं है।
 (छ) $(0, -12)$ y -अक्ष पर स्थित है।
 (ज) $(2, -5)$ का x -निर्देशांक 0 नहीं है। अतः यह बिंदु y -अक्ष पर स्थित नहीं है।



7. (i) (क) B (ख) C (ग) G (घ) A
 (ii) (क) $(6, 6)$ (ख) $(6, 0)$ (ग) $(2, 1)$ (घ) $(1, 6)$
 (ङ) $(3, 4)$ (च) $(4, 2)$ (छ) $(0, 3)$ (ज) $(4, 6)$



ऑकड़ों का प्रबंधन

अभ्यास 15.1

1. (क) दंड आरेख से विभिन्न समाचार पत्रों के पाठकों की संख्या की सूचना मिलती है।
 - (ख) टाइम्स ऑफ इंडिया
 - (ग) ट्रिब्यून
 - (घ) समाचार पत्र का उपयोग करने वाले पाठकों की संख्या
 $= 5000 + 6000 + 1000 + 3000 + 2000 + 4000 = 21000$
 - (ङ) हिंदू के पाठकों की संख्या = 3000
 फाइनेंशियल टाइम्स के पाठकों की संख्या = 4000
 हिंदुस्तान टाइम्स के पाठकों की संख्या = 5000
 टाइम्स ऑफ इंडिया के पाठकों की संख्या = 6000
 अतः हिंदुस्तान टाइम्स, टाइम्स ऑफ इंडिया, हिंदू और फाइनेंशियल टाइम्स 3000 या उससे अधिक पाठक रखते हैं।
2. (क) घोड़े की गति = 55 किमी/घंटा
 कुत्ते की गति = 46 किमी/घंटा
 दोनों की गति में अन्तर = $(55 - 46)$ किमी/घंटा = 9 किमी/घंटा
 अतः घोड़े की गति कुत्ते की गति से 9 किमी/घंटा अधिक है।
 - (ख) चीते की गति = 95 किमी/घंटा
 घोड़े की गति = 55 किमी/घंटा
 दोनों की गति में अंतर = $(95 - 55)$ किमी/घंटा = 40 किमी/घंटा
 अतः चीते की गति घोड़े की गति से 40 किमी/घंटा अधिक है।
 - (ग) कछुए की गति सबसे धीमी है।
 - (घ) चीते की गति सबसे तीव्र है।
3. (क) आरेख से, नाशपाती के पेड़ों की संख्या = 18
 अतः नाशपाती के पेड़ों की संख्या सबसे अधिक है।
 - (ख) आरेख से, अनानास के पेड़ों की संख्या = 6
 अतः अनानास के पेड़ों की संख्या सबसे कम है।
 - (ग) बाग में पेड़ों की संख्या = $12 + 15 + 9 + 18 + 6 = 60$
 - (घ) आम के पेड़ों की संख्या = 12
 - (ङ) अमरूद के पेड़ों की संख्या = 9

अभ्यास 15.2

1. अधिकतम आयु = 56

निम्नतम आयु = 1

कच्चे आँकड़ों का परिसर = $56 - 1 = 55$

अब, परिसर को 6 समान आकारों के वर्गों में बाँटे।

$$\text{वर्ग-अंतराल का आकार अथवा विस्तार} = \frac{\text{परिसर}}{\text{वर्गों की संख्या}} = \frac{55}{6} = 9.2 \approx 10$$

अतः वर्ग-अंतरालों में सम्मिलित आँकड़े निम्न प्रकार से हैं—

0-10, 10-20, 20-30, 30-40, 40-50 तथा 50-60

वर्ग अंतराल	टैली चिह्न	बारंबारता
0-10		10
10-20		13
20-30		5
30-40		5
40-50		1
50-60		1
	कुल	35

2. अधिकतम अंक = 23

न्यूनतम अंक = 6

कच्चे आँकड़ों का परिसर = $23 - 6 = 17$

अब, परिसर को 4 समान आकारों के वर्गों में बाँटते हैं।

$$\text{वर्ग-अंतराल का आकार अथवा विस्तार} = \frac{\text{परिसर}}{\text{वर्गों की संख्या}} = \frac{17}{4} = 4.25 \approx 5$$

अतः वर्ग-अंतरालों में सम्मिलित आँकड़े निम्न प्रकार से हैं—

5-10, 10-15, 15-20 तथा 20-25

वर्ग अंतराल	टैली चिह्न	बारंबारता
5-10		7
10-15		6
15-20		10
20-25		7
	कुल	30

3. अधिकतम मजदूरी = ₹ 325

न्यूनतम मजदूरी = ₹ 210

कच्चे आँकड़ों का परिसर = ₹ 325 - ₹ 210 = ₹ 115

अब परिसर को 4 समान आकारों के वर्गों में बाँटते हैं।

$$\text{वर्ग-अंतराल का आकार अथवा विस्तार} = \frac{\text{परिसर}}{\text{वर्गों की संख्या}} = \frac{115}{4} = 28.75 \approx 30$$

मजदूरी (₹ में)	टैली चिह्न	श्रमिकों की संख्या
210-240		3
240-270		5
270-300		6
300-330		11
	कुल	25

4. अधिकतम संख्या = 16

न्यूनतम संख्या = 2

कच्चे आँकड़ों का परिसर = 16 - 2 = 14

अब, परिसर को 4 समान आकारों के वर्गों में बाँटते हैं।

$$\text{वर्ग-अंतराल का आकार अथवा विस्तार} = \frac{\text{परिसर}}{\text{वर्गों की संख्या}} = \frac{14}{4} = 3.5 \approx 4$$

अतः वर्ग-अंतरालों में सम्मिलित आँकड़े निम्न प्रकार से हैं-

2-6, 6-10, 10-14 तथा 14-18

एक परिवार में व्यक्तियों की संख्या	टैली चिह्न	घरों की संख्या
2-6		9
6-10		17
10-14		6
14-18		8
	कुल	40

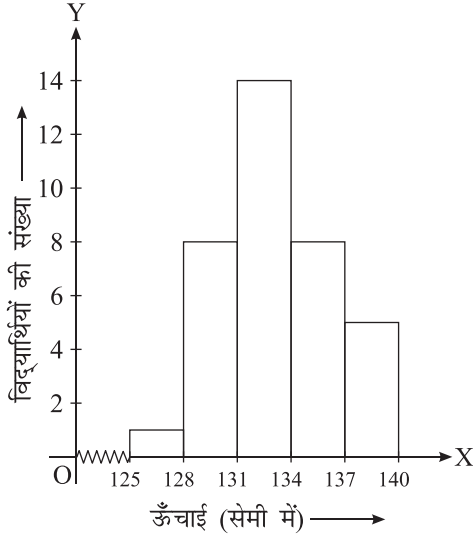
अभ्यास 15.3

1. (क) परिवारों की कुल संख्या = $12 + 24 + 28 + 16 + 8 = 88$
 (ख) ₹ 6 लाख और ₹ 10 लाख के बीच में वेतन पाने वाले परिवारों की संख्या = $16 + 8 = 24$
 (ग) ₹ 4-6 लाख वेतन वर्ग में सबसे अधिक परिवार हैं।
 (घ) ₹ 4 लाख से कम वेतन वाले परिवारों की संख्या = $12 + 24 = 36$
2. (क) हल्के भार वाले बॉक्सरों की संख्या = $3 + 7 + 15 = 25$
 (ख) मध्य भार वाले बॉक्सरों की संख्या = $23 + 13 = 36$
 (ग) अधिक भार वाले बॉक्सरों की संख्या = $6 + 2 = 8$
 (घ) बॉक्सरों की कुल संख्या = $3 + 7 + 15 + 23 + 13 + 6 + 2 = 69$
 (ङ) 80-90 वर्ग-अंतराल की सबसे अधिक बारंबारता है।
3. विद्यार्थियों की ऊँचाइयों को एक अनुकूल पैमाना लेते हुए, क्षैतिज अक्ष पर निरूपित किया जाएगा तथा विद्यार्थियों की संख्या को, एक अनुकूल पैमाना लेते हुए, ऊर्ध्वाधर अक्ष पर निरूपित किया जाएगा।
 ऊर्ध्वाधर अक्ष का पैमाना है—

$$1 \text{ बड़ा भाग} = 2 \text{ विद्यार्थी}$$

क्षैतिज अक्ष का पैमाना है—

$$1 \text{ बड़ा भाग} = 3 \text{ सेमी}$$



$$125-128 \text{ वर्ग अंतराल की ऊँचाई} = 1 \times \frac{1}{2} = 0.5 \text{ बड़े भाग}$$

$$125-131 \text{ वर्ग अंतराल की ऊँचाई} = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ बड़े भाग}$$

$$131-134 \text{ वर्ग अंतराल की ऊँचाई} = 14 \times \frac{1}{2} = 7 \text{ बड़े भाग}$$

$$134-137 \text{ वर्ग अंतराल की ऊँचाई} = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ बड़े भाग}$$

$$137-140 \text{ वर्ग अंतराल की ऊँचाई} = 5 \times \frac{1}{2} = 2.5 \text{ बड़े भाग}$$

4. वर्षों को एक अनुकूल पैमाना लेते हुए, क्षैतिज अक्ष पर निरूपित किया जाएगा तथा निर्यात को, एक अनुकूल पैमाना लेते हुए, ऊर्ध्वाधर अक्ष पर निरूपित किया जाएगा। ऊर्ध्वाधर अक्ष का पैमाना है—

$$1 \text{ बड़ा भाग} = ₹ 2 \text{ करोड़}$$

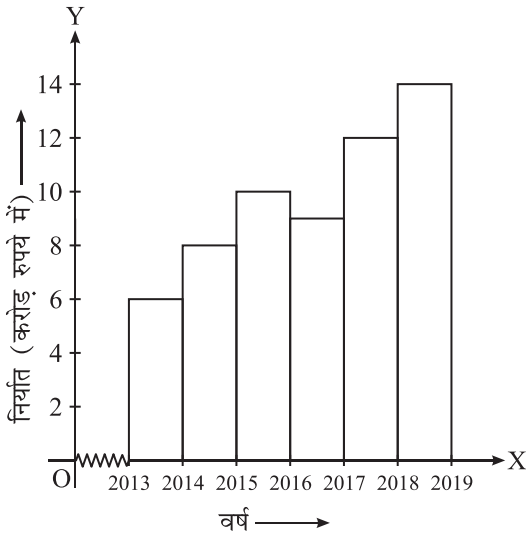
क्षैतिज अक्ष का पैमाना है—

$$1 \text{ बड़ा भाग} = 1 \text{ वर्ष}$$

$$2013-2014 \text{ वर्ग-अंतराल की ऊँचाई} = 6 \times \frac{1}{2} = 3 \text{ बड़े भाग}$$

$$2014-2015 \text{ वर्ग-अंतराल की ऊँचाई} = 8 \times \frac{1}{2} = 4 \text{ बड़े भाग}$$

$$2015-2016 \text{ वर्ग-अंतराल की ऊँचाई} = 10 \times \frac{1}{2} = 5 \text{ बड़े भाग}$$



$$2016-2017 \text{ वर्ग-अंतराल की ऊँचाई} = 9 \times \frac{1}{2} = 4.5 \text{ बड़े भाग}$$

$$2017-2018 \text{ वर्ग-अंतराल की ऊँचाई} = 12 \times \frac{1}{2} = 6 \text{ बड़े भाग}$$

$$2018-2019 \text{ वर्ग-अंतराल की ऊँचाई} = 14 \times \frac{1}{2} = 7 \text{ बड़े भाग}$$

अभ्यास 15.4

1. (क) हम अवलोकन करते हैं कि 35%, 140 विद्यार्थियों को निरूपित करता है।
अतः 1%, 4 विद्यार्थियों को निरूपित करेगा।

$$\text{साइकिल द्वारा स्कूल जाने वाले विद्यार्थियों की संख्या} = 25 \times 4 = 100$$

$$\begin{aligned} \text{(ख) स्कूल जाने वाले बच्चों का कुल प्रतिशत} &= 35\% + 5\% + 20\% + 25\% + 15\% \\ &= 100\% \end{aligned}$$

$$\text{स्कूल के बच्चों की संख्या} = 100 \times 4 = 400$$

$$2. \text{ (क) दुर्घटना के कारण हड़ताल की प्रतिशतता} = \left(\frac{60^\circ}{360^\circ} \times 100 \right) \%$$

$$= \frac{100}{6} \% = 16\frac{2}{3} \%$$

$$\text{(ख) यूनियनों के बीच प्रतिद्वंद्विता के कारण हड़ताल की प्रतिशतता} = \left(\frac{100^\circ}{360^\circ} \times 100 \right) \%$$

$$= \frac{1000}{36} \%$$

$$= 27\frac{7}{9} \%$$

$$\text{(ग) बिजली के अभाव के कारण हड़ताल की प्रतिशतता} = \left(\frac{50^\circ}{360^\circ} \times 100 \right) \%$$

$$= \frac{500}{36} \% = 13\frac{8}{9} \%$$

$$\text{(घ) अनुचित देखभाल के कारण हड़ताल की प्रतिशतता} = \left(\frac{110^\circ}{360^\circ} \times 100 \right) \%$$

$$= 30\frac{5}{9} \%$$

$$\text{(ङ) माँगें पूरी न होने के कारण हड़ताल की प्रतिशतता} = \left(\frac{40^\circ}{360^\circ} \times 100 \right) \%$$

$$= \frac{100}{9} \% = 11\frac{1}{9} \%$$

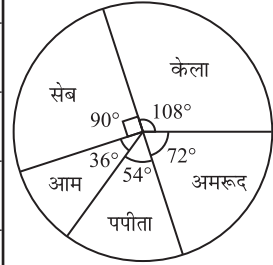
3. (क) पढ़ाई (ख) खेल और प्रयोगशाला (ग) असेम्बली

$$\text{(घ) सीमा द्वारा स्कूल में व्यतीत समय} = 6 \text{ घंटे}$$

$$\therefore \text{सीमा द्वारा अध्ययन में व्यतीत समय} = \frac{6}{2} \text{ घंटे} = 3 \text{ घंटे}$$

4. व्यक्तियों की कुल संख्या = 30 + 25 + 10 + 15 + 20 = 100

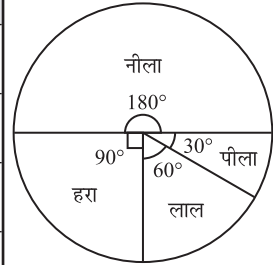
फल	व्यक्तियों की संख्या	केन्द्रीय कोण
केला	30	$\frac{30}{100} \times 360^\circ = 108^\circ$
सेब	25	$\frac{25}{100} \times 360^\circ = 90^\circ$
आम	10	$\frac{10}{100} \times 360^\circ = 36^\circ$
पपीता	15	$\frac{15}{100} \times 360^\circ = 54^\circ$
अमरूद	20	$\frac{20}{100} \times 360^\circ = 72^\circ$



पाई ग्राफ

5. व्यक्तियों की कुल संख्या = 18 + 9 + 6 + 3 = 36

रंग	व्यक्तियों की संख्या	केन्द्रीय कोण
नीला	18	$\frac{18}{36} \times 360^\circ = 180^\circ$
हरा	9	$\frac{9}{36} \times 360^\circ = 90^\circ$
लाल	6	$\frac{6}{36} \times 360^\circ = 60^\circ$
पीला	3	$\frac{3}{36} \times 360^\circ = 30^\circ$



पाई ग्राफ

अभ्यास 15.5

1. संभावित परिणामों की कुल संख्या = 5

(क) रवि के चयन होने की घटना 1 परिणाम है।

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\therefore P(\text{रवि}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{5}$$

(ख) एक लड़के का चयन करने के संभावित परिणाम = {रवि, सुरेश, विपिन}

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 3

$$\therefore P(\text{लड़का}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{3}{5}$$

(ग) एक लड़की का चयन करने के संभावित परिणाम = {शिखा, निशा}

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 2

$$\therefore P(\text{लड़की}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{2}{5}$$

2. पेपर की स्लिपों की कुल संख्या = 5

(क) पार्क लिखी स्लिप 1 है।

$$\therefore P_{\text{पार्क}} = \frac{1}{5}$$

(ख) क्लब लिखी स्लिप 1 है।

$$\therefore P_{\text{क्लब}} = \frac{1}{5}$$

(ग) पर्वतीय स्थल लिखी स्लिप 1 है।

$$\therefore P_{\text{पर्वतीय स्थल}} = \frac{1}{5}$$

(घ) क्रिकेट मैच लिखी स्लिप 1 है।

$$\therefore P_{\text{क्रिकेट मैच}} = \frac{1}{5}$$

3. थैले में दानों की कुल संख्या = 10

लाल दाने को निकालने की घटना का 1 परिणाम है।

$$\therefore P_{(\text{लाल दाना})} = \frac{1}{10}$$

सफेद दाने को निकालने की घटना के 9 परिणाम हैं।

$$\therefore P_{(\text{सफेद दाना})} = \frac{9}{10}$$

4. 4 सिक्के एक साथ फेंकने पर सभी संभावित परिणाम निम्न हैं—

(TTTT), (HHHH), (HTTT), (THTT), (TTHT), (TTTH), (HHTT),
(HTTH), (HTHT), (THTH), (TTHH), (THHT), (HHHT), (HHTH),
(HTHH), (THHH)

5. दो पासों को एक साथ फेंकने पर परिणामों की कुल संख्या = $6^2 = 36$

(क) योग के रूप में 8 पाने की संभावनाएँ निम्न प्रकार हैं—

(2, 6), (3, 5), (4, 4), (5, 3), (6, 2)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 5

$$\therefore P(\text{योग 8}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{5}{36}$$

(ख) 9 से बड़ा योग पाने की संभावनाएँ निम्न प्रकार हैं—

(4, 6), (5, 6), (6, 6), (6, 5), (5, 5), (6, 4)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 6

$$\therefore P(9 \text{ से बड़ा योग}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{6}{36} = \frac{1}{6}$$

(ग) पहले पासे में सम संख्या पाने की संभावनाएँ निम्न प्रकार हैं—

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4), (2, 5), (2, 6)

(4, 1), (4, 2), (4, 3), (4, 4), (4, 5), (4, 6)

(6, 1), (6, 2), (6, 3), (6, 4), (6, 5), (6, 6)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 18

$$\therefore P(\text{सम संख्या}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{18}{36} = \frac{1}{2}$$

(घ) 7 से कम योग पाने की संभावनाएँ निम्न प्रकार हैं—

(1, 1), (1, 2), (1, 3), (1, 4), (1, 5)

(2, 1), (2, 2), (2, 3), (2, 4)

(3, 1), (3, 2), (3, 3), (4, 1), (4, 2), (5, 1)

अनुकूल परिणामों की संख्या = 15

$$\therefore P(7 \text{ से कम योग}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

6. एक पासे और एक सिक्के को एक साथ फेंकने पर संभावित परिणाम निम्न प्रकार हैं—

(1, H), (2, H), (3, H), (4, H), (5, H), (6, H)

(1, T), (2, T), (3, T), (4, T), (5, T), (6, T)

7. एक साधारण वर्ष में दिनों की संख्या = 365

365 दिनों में 52 सप्ताह होते हैं तथा 1 दिन शेष बचता है।

1 दिन के लिए संभावनाएँ निम्न प्रकार हैं—

सोमवार, मंगलवार, बुधवार, बृहस्पतिवार, शुक्रवार, शनिवार, रविवार

परिणामों की कुल संख्या = 7

53 रविवार के लिए, 1 दिन शेष पर रविवार होना चाहिए।

\therefore अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\therefore P(53 \text{ रविवार}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{7}$$

8. 1 लीप वर्ष में दिनों की संख्या = 366

366 दिनों में 52 सप्ताह होते हैं तथा 2 दिन शेष बचते हैं।

2 दिनों के लिए संभावनाएँ निम्न प्रकार हैं—

(सोमवार, मंगलवार), (मंगलवार, बुधवार), (बुधवार, बृहस्पतिवार), (बृहस्पतिवार,

शुक्रवार), (शुक्रवार, शनिवार), (शनिवार, रविवार), (रविवार, सोमवार)

परिणामों की कुल संख्या = 7

घटना घटने के संभावित परिणाम = (सोमवार)

∴ अनुकूल परिणामों की संख्या = 1

$$\therefore P(53 \text{ सोमवार}) = \frac{\text{अनुकूल परिणामों की संख्या}}{\text{कुल परिणामों की संख्या}} = \frac{1}{7}$$

बहुविकल्पीय प्रश्न

1. (ब) 2. (अ) 3. (द) 4. (स) 5. (स)

बौद्धिक गणित

1. एक पासे को फेंकन पर 6 से अधिक एक संख्या को प्राप्त करना असंभव है, क्योंकि पासे पर 6 से अधिक संख्या नहीं होती। अतः प्रायिकता 0 होगी।

2. स्वर (vowels) की संख्या = $a, e, i, o, u = 5$

$$\text{कुल परिणाम} = 5$$

$$\text{अनुकूल परिणाम} = 1$$

$$\therefore P(u) = \frac{\text{अनुकूल परिणाम}}{\text{कुल परिणाम}} = \frac{1}{5}$$

उच्च स्तरीय विचारणीय कौशल

1. चूँकि थैले में काली गेंद नहीं है, इसलिए काली गेंद निकलना असंभव है।

अतः गेंद के काली होने की प्रायिकता शून्य (0) होगी।

2. 52 ताशों में से एक ताश 52 प्रकार से निकाला जा सकता है। अतः सरल घटनाओं के प्रकार 52 हैं।

52 ताशों की गड्डी में 4 रानियाँ होती हैं। अतः एक रानी 4 प्रकार से निकाली जा सकती हैं।

∴ अनुकूल घटनाओं के प्रकार = 4

$$\text{अतः} \quad \text{अभीष्ट प्रायिकता} = \frac{4}{52} = \frac{1}{13}$$

इसलिए, पत्ते के रानी होने की प्रायिकता $\frac{1}{13}$ है।